

Devoir n°7 - Ln - TS

21 janvier 2019 - 1h

Exercice 1 (6,5 pts) : Pour chacune des affirmations, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

On considère la fonction f définie sur \mathcal{D} par :

$$f(x) = \ln\left(\frac{3x+2}{5x}\right)$$

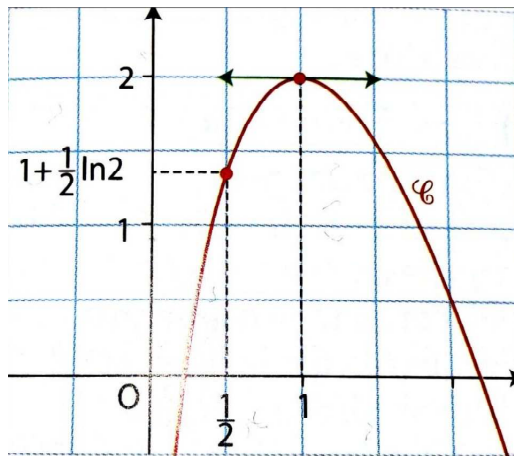
1. Pour tout $x \in \mathcal{D}$, on a $f(x) = \ln(3x+2) - \ln x - \ln 5$
2. Sur \mathcal{D} , $f(x) = 0 \iff x = 1$
3. Pour tout $x \in \mathcal{D}$, on a $f'(x) = \frac{3}{5} \times \frac{5x}{3x+2}$
4. La droite (d) d'équation $y = -\frac{2}{5}x + \frac{2}{5}$ est tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.

Exercice 2 (13,5 pts) :

Partie A : f est une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = ax + (bx + c) \ln x$$

où a, b, c sont des nombres réels, et dont la courbe représentative est donnée ci-contre.



En utilisant les informations données sur le graphique, déterminer les valeurs de a, b, c .

Partie B : g est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$$g(x) = 2x + (1 - 3x) \ln x$$

1. Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$, et interpréter graphiquement.
2. a) Déterminer $g'(x)$ pour tout $x > 0$.
 b) Calculer $g''(x)$ pour tout $x > 0$; en déduire le sens de variation de g' .
 c) Calculer $g'(1)$; en déduire le signe de $g'(x)$ pour tout $x > 0$.
3. Dresser le tableau de variation de la fonction g .
4. On note Δ la droite d'équation $y = 2x$.
 a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe représentative de g et de la droite Δ .
 b) Étudier la position relative de la courbe représentative de g par rapport à la droite Δ .