

Devoir n°8 - Nombres Premiers - T maths exp

3 avril 2025 - 1h

Exercice 1 (6 pts) : Soit $n \in \mathbb{N}$ et $A = n^5 - n$.

1. Montrer que A est divisible par 5.
2. Vérifier que $A = n(n^2 - 1)(n^2 + 1)$ puis montrer que A est divisible par 3.
3. Montrer que A est divisible par 30.

Exercice 2 (3 pts) : Déterminer le plus petit entier possédant 28 diviseurs.

Exercice 3 (5 pts) : Le but de l'exercice est de trouver tous les entiers relatifs x solutions de

$$(E) : x^2 + x - 2 \equiv 0 \pmod{13}$$

1. Trouver une solution particulière α de (E) .
2. On pose $X = x - \alpha$. Trouver alors toutes les solutions de (E) .

Exercice 4 (6 pts) : Pour chacune des propositions suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse, en justifiant, puis énoncer sa réciproque en indiquant la véracité de celle-ci.

Proposition 1 : Si n divise a^2 , alors n divise a .

Proposition 2 : Si n est premier, alors n est impair.

Proposition 3 : Si p et q sont deux nombres premiers distincts, alors p et q sont premiers entre eux.