

## Devoir n°4 - Congruences - T maths exp

23 janvier 2025 - 30 min

### Exercice 1 (5 pts) :

1. Déterminer, suivant les valeurs de  $n$ , les restes de la division euclidienne  $4^n$  par 7.
2. En déduire le reste de la division euclidienne  $928^{929}$  par 7.

### Exercice 2 (3 pts) :

1. Compléter cette table des restes dans la congruence modulo 5.

|                        |  |  |  |  |  |
|------------------------|--|--|--|--|--|
| $x \equiv \dots (5)$   |  |  |  |  |  |
| $x^2 \equiv \dots (5)$ |  |  |  |  |  |

2. Prouver que l'équation  $4x^2 - 5y^2 = 3$  n'admet pas de solutions dans  $\mathbb{Z}^2$ .

### Exercice 3 (2 pts) :

Soient  $a, b, a', b' \in \mathbb{Z}$ , et  $n \in \mathbb{N}$ . Montrer que :

$$a \equiv a'(n) \text{ et } b \equiv b'(n) \Rightarrow a + b \equiv a' + b'(n)$$

### Exercice 4 (Bonus) :

Montrer que la somme de trois cubes consécutifs est un multiple de 3.