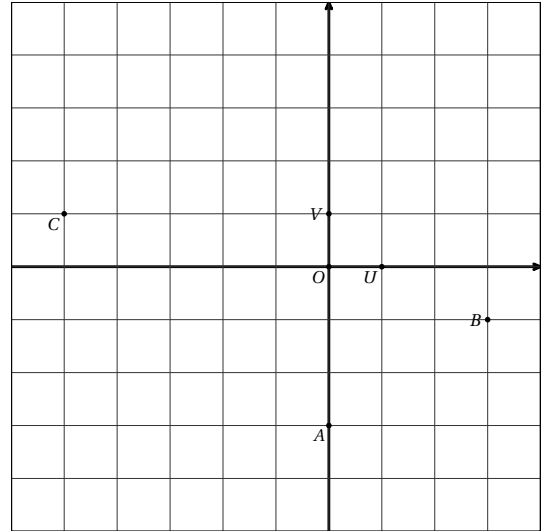


Devoir n°1 - Nombres Complexes - T maths exp

14 novembre 2024 - 1h

Exercice 1 (1,5 pts) :

1. Lire graphiquement les affixes des points A , B et C .
2. Placer les points $D(-3 - 2i)$, $E(1 + 2i)$ et $F(3i - 4)$.



Exercice 2 (4 pts) :

1. Déterminer le module et un argument des nombres complexes suivants, et donner leur forme trigonométrique :

$$a_1 = -5i$$

$$a_2 = -2 + 2i$$

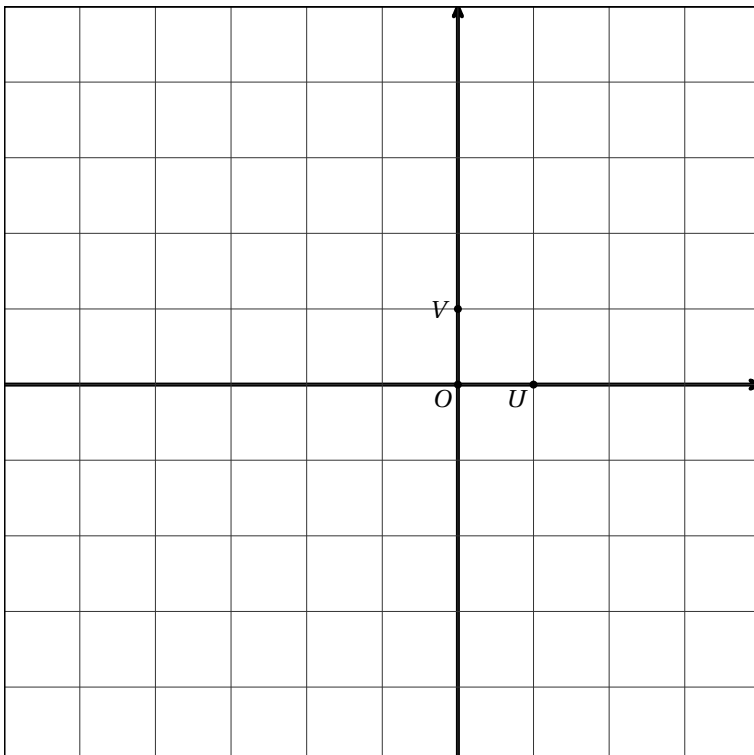
$$a_3 = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{4}i$$

2. Ecrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$b_1 = 2(\cos(\frac{2\pi}{3}) + i \sin(\frac{2\pi}{3}))$$

$$b_2 = \sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6}))$$

Exercice 3 (5,5 pts) : Représenter les ensembles suivants après avoir justifié :



$$\mathcal{E}_1 = \{M(z) / |z + 3 + i| = 2\}$$

$$\mathcal{E}_2 = \{M(z) / |z + 2 - i| = |z - 4i|\}$$

$$\mathcal{E}_3 = \{M(z) / \arg(z) = \frac{\pi}{6}(\pi)\}$$

$$\mathcal{E}_4 = \{M(z) / \arg(\bar{z}) = \frac{\pi}{4}(2\pi)\}$$

Exercice 4 (4,5 pts) : Soient A , B et C trois points du plan complexe d'affixes respectives

$$z_A = 3, \quad z_B = \frac{5}{2} + \frac{7}{2}i, \quad z_C = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

1. Montrer que le triangle ABC est isocèle.
2. Déterminer l'affixe du point I milieu de $[BC]$.
3. Déterminer l'affixe du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.

Exercice 5 (4,5 pts) : On désigne par (E) l'équation d'inconnue complexe z ,

$$z^4 + 4z^2 + 16 = 0$$

1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E') d'inconnue complexe Z

$$Z^2 + 4Z + 16 = 0$$

2. On désigne par a le nombre complexe dont le module est égal à 2 et dont un argument est égal à $\frac{\pi}{3}$.
 - a) Déterminer la forme algébrique de a .
 - b) Calculer a^2 .
 - c) En déduire les solutions dans \mathbb{C} de l'équation $z^2 = -2 + 2i\sqrt{3}$.
3. **Bonus** : Montrer que si z est une solution de l'équation (E) alors son conjugué \bar{z} est aussi une solution de (E). En déduire les solutions dans \mathbb{C} de l'équation (E). On admettra que (E) admet au plus quatre solutions.