Devoir de mathématiques n^o 10 - 1èreS

5 avril 2011 - 2H

Exercice 1

On donne les points $A(-2;0)$; $B(4;3)$ et $C(2;-3)$ dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

1. Déterminer les équations des hauteurs issues de A et B.
2. En déduire les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC.

Exercice 2

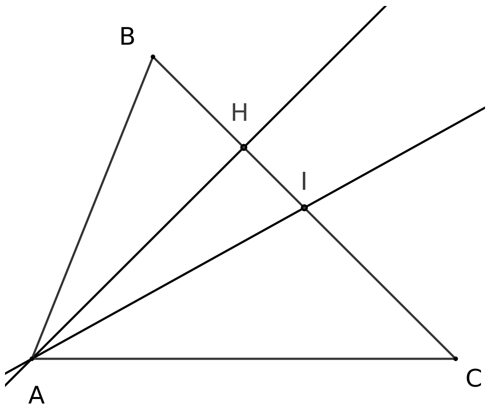
Dans un repère orthonormal $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$, on considère les points $A(6;0)$ et $B(8;4)$.

1. Montrer que l'équation $x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ est celle du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle OAB ; déterminer son centre I et son rayon.
2. Soit Δ la droite d'équation $x - y + 6 = 0$; calculer les coordonnées des points d'intersection entre la droite Δ et le cercle $\mathscr{C}$.
3. Déterminer une équation de la tangente au cercle $\mathscr{C}$ au point $D(6;8)$.

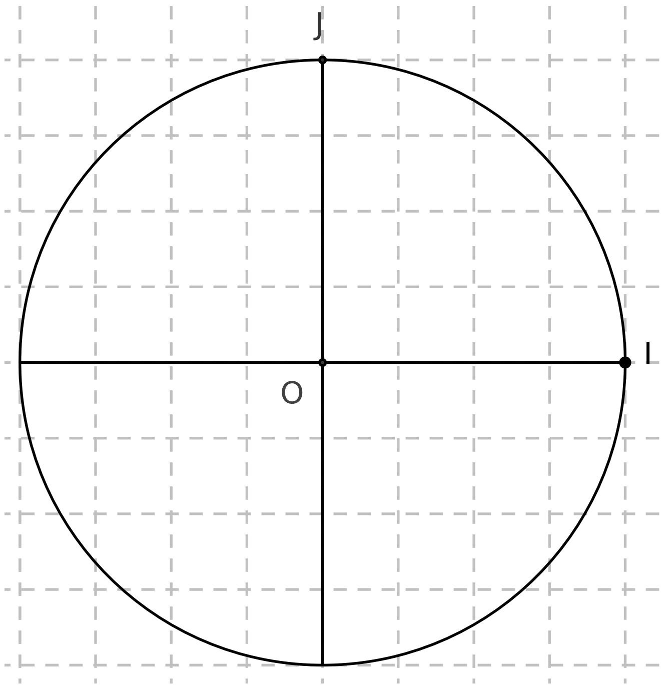
Exercice 3

On donne $AB = 7$, $BC = 8$ et $AC = 10$.

1. Calculer la valeur exacte de $\cos\widehat{ABC}$, puis une valeur approchée de $\widehat{ABC}$, arrondie au degré.
2. Calculer la valeur exacte de $\sin\widehat{ABC}$; en déduire l'aire du triangle (arrondir au dixième).
3. I est le milieu de $[BC]$; calculer AI.



Exercice 4



Sur le cercle trigonométrique ci-joint, placer les points A_i tels que

1. $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA_1}) = \dfrac{-11\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
2. $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA_2}) = \dfrac{49\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
3. $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA_3}) = \dfrac{-25\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
4. $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA_4}) = \dfrac{-91\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Exercice 5

On donne $\sin(\dfrac{5\pi}{8}) = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

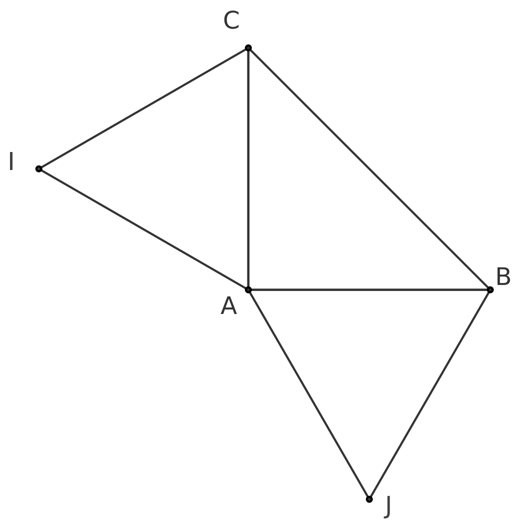
1. Calculer la valeur exacte de $\cos(\dfrac{5\pi}{8})$.
2. Simplifier les expressions suivantes en utilisant les angles associés :
   (a) $A = \cos(\dfrac{\pi}{8}) + \cos(\dfrac{3\pi}{8}) + \cos(\dfrac{5\pi}{8}) + \cos(\dfrac{7\pi}{8})$
   (b) $B = \sin(\dfrac{\pi}{8}) - \sin(\dfrac{3\pi}{8}) + \sin(\dfrac{5\pi}{8}) - \sin(\dfrac{7\pi}{8})$

Exercice 6

1. Dans $]-\pi;\pi]$, résoudre $2\cos x + 1 = 0$ puis $2\cos x + 1 < 0$
2. Dans $[0;2\pi[$, résoudre $2\sin x + \sqrt{2} = 0$ puis $2\sin x + \sqrt{2} \geq 0$
3. Dans $[0;2\pi[$, résoudre $\cos^2 x = \dfrac{3}{4}$.

Exercice 7

Le but de cet exercice est de démontrer que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.



1. (a) Donner la mesure de chacun des angles orientés suivants : $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$, $(\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AI})$.
   (b) En déduire la mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AI})$.
2. (a) Quelle est la nature du triangle AJI ?
   (b) En déduire la mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{JI};\overrightarrow{JA})$.
3. Donner la mesure de chacun des angles orientés suivants : $(\overrightarrow{JA};\overrightarrow{JB})$, $(\overrightarrow{JB};\overrightarrow{BA})$ et $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})$.
4. En déduire la mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{JI};\overrightarrow{BC})$ et conclure.