Devoir de mathématiques n^o 1 - 1èreS7

18 septembre 2008 - 1H

Exercice 1 (4 points)

Questions de cours

A, B et C sont trois points du plan et a, b et c trois réels tels que $a+b+c \neq 0$.
On pose G barycentre de (A, a),(B, b),(C, c).

1. Démontrer que, pour tout point M, $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} + c\overrightarrow{MC} = (a+b+c)\overrightarrow{MG}$.
2. Dans un repère $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, déterminer les coordonnées de G en fonction de celles de A, B et C.
3. Application : On considère les points $A(1;4)$, $B(2;-3)$ et $C(-3;2)$.
   Déterminer les coordonnées de G barycentre de $(A,-5)$, $(B,6)$, $(C,4)$.

Exercice 2 (5 points)

On considère dans le plan un triangle ABC et les points I, J, K définis par :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\ J \text{ est le milieu de } [AC] \text{ et } \overrightarrow{BK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}.$$

Le but de l'exercice est de montrer l'alignement de I, J et$K$.

1. Ecrire J comme barycentre de A et C
2. Ecrire A comme barycentre de B et I
3. Ecrire C comme barycentre de K et B
4. Montrer que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 3 (5 points)

Soit un triangle ABC ; on considère les points I, J et K définis par :

$$I \text{ milieu de } [AB],\ \overrightarrow{JC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JA} \text{ et } \overrightarrow{BK} = 3\overrightarrow{BC}$$

1. Ecrire I comme barycentre de A et B, J comme barycentre de A et C, et K comme barycentre de B et C.
2. Montrer que les droites (AK), (BJ) et (CI) sont concourantes en G barycentre de $(A,2)$, $(B,2)$ et $(C,-3)$.

Exercice 4 (6 points)

On considère un triangle ABC rectangle en A ; I est le milieu de $[BC]$, Γ est le cercle de centre A passant par I, et G est le point de Γ diamétralement opposé à I.

1. Montrer que le point G est le barycentre de $(A,4)$, $(B,-1)$, $(C,-1)$.
2. Montrer que A est barycentre des points G, C et B.
3. En utilisant le point A pour réduire la somme vectorielle, déterminer l'ensemble des points M du plan tels :

$$||\ 2\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\ || = 2\ ||\ \overrightarrow{BC}\ ||$$