Devoir n^{o}4 - Limites de Fonctions - TSpé maths

10 novembre 2022 - 1h

Exercice 1 (15 pts) : Déterminer la limite de chaque fonction à l'endroit indiqué, et préciser l'asymptote s'il y a lieu.

$f_1(x) = \dfrac{2+x-x^2}{3+x^2}$; en $-\infty$

$f_2(x) = \dfrac{5x+2}{2x^2-x-1}$; en 1

$f_3(x) = (\dfrac{1}{x}-2)^3$; en $+\infty$

$f_4(x) = \dfrac{-3x^2+5x+2}{x-2}$; en 2

$f_5(x) = \dfrac{1+3\sin x}{x^2}$; en $+\infty$

$f_6(x) = \sqrt{3-x} - \sqrt{10-x}$; en $-\infty$

$f_7(x) = \cos x - \sqrt{x}$; en $+\infty$

Exercice 2 (5 pts) : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-4\}$ par

$$f(x) = \frac{x-2}{2x+8}$$

et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1. Montrer que C_f possède deux asymptotes D_1 d'équation $y = \dfrac{1}{2}$ et D_2 d'équation $x = -4$.
   (on pourra utiliser le théorème du plus haut degré pour les fonctions rationnelles)
2. Etudier la position relative de C_f par rapport à D_1.

Exercice 3 (Bonus) : Soit

$$f(x) = \begin{cases} x^2+3x+3 & \text{si } x \leq -1 \\ \\ \dfrac{2}{x^2+1} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

1. La fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$?
2. La fonction f est-elle dérivable sur $\mathbb{R}$?