

Devoir n°9 - Trigonométrie - TSpé maths

25 mars 2021 - 1 h

Exercice 1 (5 pts) : Soit f la fonction définie sur $I = [0; \pi]$ par $f(x) = (1 - \sin x) \cos x$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Montrer que $f'(x) = (2 \sin x + 1)(\sin x - 1)$.
3. Déterminer le signe de $(2 \sin x + 1)$ puis celui de $(\sin x - 1)$.
4. En déduire le tableau de variations de f sur I .

Exercice 2 (8 pts) : Soit f la fonction définie sur $I =] - \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ par $f(x) = x \tan x = \frac{x \sin x}{\cos x}$

1. Etudier la parité de f .
2. Démontrer que pour tout x appartenant à I , $f'(x) = \frac{2x + \sin(2x)}{2 \cos^2 x}$
3. Soit g définie sur $[0; \frac{\pi}{2}[$, par $g(x) = 2x + \sin(2x)$. Montrer que g est croissante sur $[0; \frac{\pi}{2}[$.
4. En déduire le signe de g puis le tableau de variations de f sur $[0; \frac{\pi}{2}[$.
5. Compléter le tableau de variations de f sur I en justifiant.

Exercice 3 (7 pts) : Résoudre les équations et les inéquations suivantes :

1. Sur $[0; 2\pi[$: $\sin(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. Sur $] - \pi; \pi]$: $\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{5})$
3. Sur $] - \pi; \pi]$: $2 \cos x - \sqrt{3} < 0$
4. Sur $[0; 2\pi[$: $\sin^2 x \geq \frac{1}{2}$