

Devoir n°11 - Calcul intégral - TSpé maths

29 avril 2021 - 30 min

Exercice 1 (2,5 pts) : A l'aide d'une intégration par parties, calculer : $A = \int_1^2 (3x^2 - 12x + 1) \ln(x) dx$

Exercice 2 (4 pts) : A l'aide de deux intégration par parties successives, calculer : $B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos(3x) dx$

Exercice 3 (3,5 pts) : Soit la fonction f définie sur $] -2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 2}$

1. Montrer qu'il existe a, b et $c \in \mathbb{R}$ tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$.
2. En déduire la valeur de $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

Exercice 4 (Bonus) : On considère la fonction f définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = (x - 1)e^{1-x}$.
Pour tout $x \in [1; +\infty[$, on pose :

$$F(x) = \int_1^x f(t) dt = \int_1^x (t - 1)e^{1-t} dt$$

1. Montrer que la fonction F est croissante sur $[1; +\infty[$.
2. Avec une intégration par parties, montrer que $F(x) = 1 - xe^{1-x}$.