Correction dev 10 – Tspé

Ex 1 : A $= \int_1^6 \frac{1}{(x-3)^3}\,dx = \left[\frac{(x-3)^{-2}}{-2}\right]_1^6 = \left[\frac{-1}{2(x-3)^2}\right]_1^6$

1,5 $= \frac{-1}{18} + \frac{1}{8} = \frac{5}{72}$

B $= \int_{-1}^{1} x e^{3x^2-1}\,dx = \left[\frac{1}{6} e^{3x^2-1}\right]_{-1}^{1} = \frac{1}{6}e^2 - \frac{1}{6}e^2 = 0$

1,5 $u(x) = 3x^2 - 1$
$u'(x) = 6x$

C $= \int_{\pi/2}^{\pi} (2x+1)\sin x\,dx = \left[-(2x+1)\cos x\right]_{\pi/2}^{\pi} - \int_{\pi/2}^{\pi} -(2)\cos x\,dx$

$= \left[-(2x+1)\cos x\right]_{\pi/2}^{\pi} + 2\left[\sin x\right]_{\pi/2}^{\pi}$ /5

2 $= +(2\pi+1) - 2 = 2\pi - 1$

Ex 2 $f(x) = 2\ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$ sur $]0;+\infty[$

1) $f'(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{2}\times 2 \times \frac{1}{x}\times \ln x = \frac{2}{x} - \frac{\ln x}{x} = \frac{2-\ln x}{x}$

2) donc $I = \int_1^{e^2} \frac{2-\ln x}{x}\,dx = f(e^2) - \underbrace{f(1)}_{=0}$ 1

$= 2\ln(e^2) - \frac{1}{2}(\ln e^2)^2$

$= 4 - \frac{1}{2}\times(2)^2 = 2$ 1,5

3) $1 \leq x \leq e^2 \iff 0 \leq \ln x \leq \ln e^2 \iff 0 \leq \ln x \leq 2$

~~strictement~~ $x \mapsto \ln x$ croissante sur $]0;+\infty[$ donc $2 - \ln x \geq 0$ 1

et $x > 0$ donc $x \overset{f'}{\mapsto} \frac{2-\ln x}{x}$ continue comme quotient

positive sur $[1; e^2]$ et $1 < e^2$

donc I est l'aire en u.a du domaine délimité par les droites d'équations $x = 1$, $x = e^2$

l'axe des abscisses et $\mathcal{C}_{f'}$. 1,5

/5