Correction du dev 1 – TS

Exo 1 : $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 2$ pour $x \in \mathbb{R}$ 0,25 (14,5)

1) $P(1) = 1 - 2 + 3 - 2 = 0$ donc 1 est racine de P 0,25

$\Rightarrow P(x) = (x-1)(x^2 + bx + 2)$ $(b \in \mathbb{R})$

$= x^3 + bx^2 + 2x - x^2 - bx - 2$

$= x^3 + (b-1)x^2 + (2-b)x - 2$

Par identification, 2

$\begin{cases} b - 1 = -2 \\ 2 - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ 2-(-1) = 3 \end{cases}$ vérifié

donc $\boxed{P(x) = (x-1)(x^2 - x + 2)}$

2) soit $g(x) = x^2 - x + 2$

$\Delta = 1 - 8 = -7$ 1

$\Delta < 0$ donc $g(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$

du signe de $a = 1$

alors $P(x)$ est du signe de $(x-1)$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	

$P(x) \leq 0$

$\boxed{S =]-\infty ; 1]}$ 1

Exo 2 : 1) sur $\mathbb{R}^+$ $2x - 5\sqrt{x} - 3 = 0$ (14,5)

$\Leftrightarrow \begin{cases} X = \sqrt{x} \\ 2X^2 - 5X - 3 = 0 \end{cases}$ $X \in \mathbb{R}^+$

$\Delta = 25 + 24 = 49$ $\sqrt{\Delta} = 7$

$\Leftrightarrow \begin{cases} X = \sqrt{x} \\ X_1 = \frac{5+7}{4} = 3 \text{ ou } X_2 = \frac{5-7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$ ne convient pas

1,5 $\Leftrightarrow 3 = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = 9$ $\boxed{S = \{9\}}$

2) sur $]-\pi ; \pi]$ $2\cos^2 x - 5\cos x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} X = \cos x \\ 2X^2 - 5X - 3 = 0 \end{cases}$ $X \in [-1 ; 1]$

$\Leftrightarrow \begin{cases} X = \cos x \\ X_1 = 3 \text{ ou } X = \frac{-1}{2} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \cos x = \frac{-1}{2}$

ne convient pas

$\boxed{S = \left\{ -\frac{2\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} \right\}}$

2

Ex 3 : $mx^2 - 2mx + m - 3 = 0$ (E_m) sur $\mathbb{R}$, $m \in \mathbb{R}$ /3

1/2 • pour $m = 0$ $(E_0) : -3 = 0$ pas de solution

• pour $m \neq 0$ (E_m) est une équation du 2nd degré

1/2 $\Delta_m = 4m^2 - 4m(m-3) = 12m$

m	$-\infty$		0		$+\infty$
Δ_m		$-$	$\|$	$+$	

1/2 $\begin{cases} m > 0 \Rightarrow \Delta_m > 0 \text{ 2 solutions distinctes} \\ m < 0 \Rightarrow \Delta_m < 0 \text{ pas de solutions réelles} \end{cases}$

Ex4 : 1) dans $[-\pi ; \pi]$ $\sin(2x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ /4

$\Leftrightarrow 2x = \frac{-\pi}{4} + 2k\pi$ ou $2x = \frac{-3\pi}{4} + 2k'\pi$ $(k, k' \in \mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{8} + k\pi$ ou $x = \frac{-3\pi}{8} + k'\pi$ 2

$S = \left\{ \frac{-3\pi}{8} ; \frac{-\pi}{8} ; \frac{5\pi}{8} ; \frac{7\pi}{8} \right\}$

2) dans $[0 ; 2\pi[$ $4\cos^2 x \geq 1 \Leftrightarrow \cos^2 x \geq \frac{1}{4}$ 2

$\Leftrightarrow \cos x \geq \frac{1}{2}$ ou $\cos x \leq -\frac{1}{2}$ $S = \left[0 ; \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3} ; \frac{4\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{3} ; 2\pi\right[$

Ex5 : $\sin x = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ $x \in \left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right[$ donc $\cos x < 0$ /4

$*$ $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 - \left(\frac{2+\sqrt{2}}{4}\right)$

$\Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{4 - 2 - \sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$

$\underset{\cos x < 0}{\Leftrightarrow}$ $\boxed{\cos x = -\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}$ 2

$*$ $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \left(\frac{2-\sqrt{2}}{4}\right) - \left(\frac{2+\sqrt{2}}{4}\right) = -\frac{2\sqrt{2}}{4}$

$\Rightarrow \cos(2x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow 2x = \frac{-3\pi}{4} + 2k\pi$ ou $2x = \frac{3\pi}{4} + 2k'\pi$ $k, k' \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-3\pi}{8} + k\pi$ ou $x = \frac{3\pi}{8} + k'\pi$ 2

pour $k = 1$ on obtient $x = \frac{5\pi}{8}$