

Devoir n°12 - Lois de probabilités - TS

2 mai 2018 - 1h

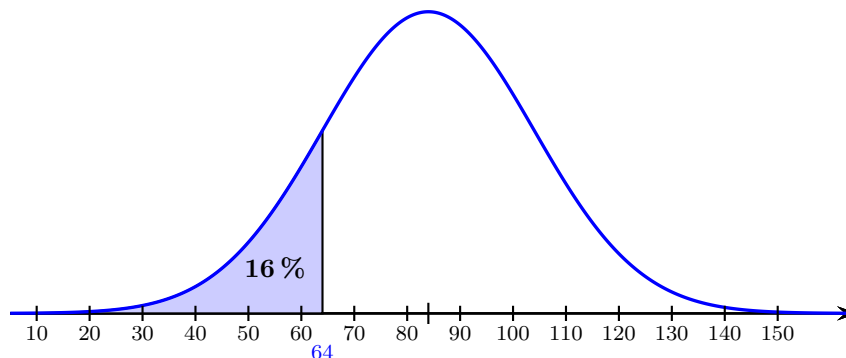
Exercice 1 (14 pts) : Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

Partie A Étude de la durée de vie d'un appareil électroménager

Des études statistiques ont permis de modéliser la durée de vie, en mois, d'un type de lave-vaisselle par une variable aléatoire X suivant une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ de moyenne $\mu = 84$ et d'écart-type σ .

De plus, on a $P(X \leq 64) = 0,16$.

La représentation graphique de la fonction densité de probabilité de X est donnée ci-dessous.



- En exploitant le graphique, déterminer $P(64 \leq X \leq 104)$.
 - Quelle valeur approchée entière de σ peut-on proposer ?
- On note Z la variable aléatoire définie par $Z = \frac{X - 84}{\sigma}$.
 - Quelle est la loi de probabilité suivie par Z ?
 - Justifier que $P(X \leq 64) = P\left(Z \leq \frac{-20}{\sigma}\right)$.
 - En déduire la valeur de σ , arrondie à 10^{-3} .
- Dans cette question, on considère que $\sigma = 20,1$. Les probabilités demandées seront arrondies à 10^{-3} .
 - Calculer la probabilité que la durée de vie du lave-vaisselle soit comprise entre 2 et 5 ans.
 - Calculer la probabilité que le lave-vaisselle ait une durée de vie supérieure à 10 ans.

Partie B Étude de l'extension de garantie d'El'Ectro

Le lave-vaisselle est garanti gratuitement pendant les deux premières années.

L'entreprise El'Ectro propose à ses clients une extension de garantie de 3 ans supplémentaires.

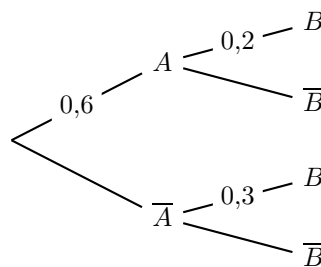
Des études statistiques menées **sur les clients qui prennent l'extension de garantie** montrent que 11,5% d'entre eux font jouer l'extension de garantie.

- On choisit au hasard 12 clients parmi ceux ayant pris l'extension de garantie (on peut assimiler ce choix à un tirage au hasard avec remise vu le grand nombre de clients).
 - Quelle est la probabilité qu'exactly 3 de ces clients fassent jouer cette extension de garantie ?
Détaillez la démarche en précisant la loi de probabilité utilisée. Arrondir à 10^{-3} .
 - Quelle est la probabilité qu'au moins 6 de ces clients fassent jouer cette extension de garantie ? Arrondir à 10^{-3} .
- L'offre d'extension de garantie est la suivante : pour 65 euros supplémentaires, El'Ectro remboursera au client la valeur initiale du lave-vaisselle, soit 399 euros, **si une panne irréparable survient entre le début de la troisième année et la fin de la cinquième année**. Le client ne peut pas faire jouer cette extension de garantie si la panne est réparable. On choisit au hasard un client parmi les clients ayant souscrit l'extension de garantie, et on note Y la variable aléatoire qui représente le gain algébrique en euros réalisé sur ce client par l'entreprise El'Ectro, grâce à l'extension de garantie.
 - Justifier que Y prend les valeurs 65 et -334 puis donner la loi de probabilité de Y .
 - Cette offre d'extension de garantie est-elle financièrement avantageuse pour l'entreprise ? Justifier.

Exercice 2 (6 pts) : Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées, dont une seule est exacte. Le candidat portera sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. On ne demande pas de justification. Il est attribué 1 point si la réponse est exacte. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.

Question 1

On considère l'arbre de probabilités ci-contre :



Quelle est la probabilité de l'évènement B ?

- a. 0,12 b. 0,2 c. 0,24 d. 0,5

Question 2

Le césium 137 est un élément radioactif qui constitue une des principales sources de radioactivité des déchets des réacteurs nucléaires. Le temps T , en années, durant lequel un atome de césium 137 reste radioactif peut être assimilé à une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{\ln 2}{30}$.

Quelle est la probabilité qu'un atome de césium 137 reste radioactif durant au moins 60 ans ?

- a. 0,125 b. 0,25 c. 0,75 d. 0,875

Question 3

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 110$ et d'écart-type $\sigma = 25$.

Quelle est la valeur arrondie au millième de la probabilité $P(X \geq 135)$?

- a. 0,159 b. 0,317 c. 0,683 d. 0,841

Question 4

On lance une pièce de monnaie bien équilibrée 100 fois de suite.

Lequel des intervalles ci-dessous est un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence d'apparition de la face pile de cette pièce ?

- a. [0,371 ; 0,637] b. [0,480 ; 0,523] c. [0,402 ; 0,598] d. [0,412 ; 0,695]

Question 5

Une entreprise souhaite obtenir une estimation de la proportion de personnes de plus de 60 ans parmi ses clients, au niveau de confiance de 95 %, avec un intervalle d'amplitude inférieure à 0,05.

Quel est le nombre minimum de clients à interroger ?

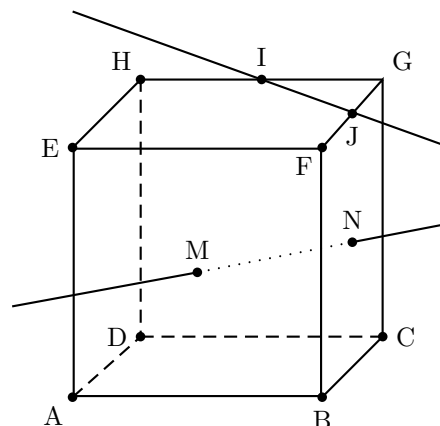
- a. 400 b. 800 c. 1 600 d. 3 200

Question 6

La figure ci-dessous représente un cube ABCDEFGH.

Les points I et J sont les milieux respectifs des arêtes [GH] et [FG].

Les points M et N sont les centres respectifs des faces ABFE et BCGF.



Les droites (IJ) et (MN) sont :

1. perpendiculaires
2. sécantes, non perpendiculaires
3. orthogonales
4. parallèles