Correction du devoir n°12 - TS

Ex 1 : A $X \sim \mathcal{N}(\mu ; \sigma^2)$ avec $\mu = 84$ et σ ?
vie en mois

1) a) $p(64 \leq X \leq 104) = p(84-20 \leq X \leq 84+20)$
$\mu = 84$ la courbe est symétrique par rapport à $(d) : x = 84$
donc $p(X \leq 64) = 0{,}16 = p(X \geq 104)$
et $\boxed{p(64 \leq X \leq 104)} = 1 - 2p(X < 64)$
$= 1 - 2p(X \leq 64) = 1 - 2 \times 0{,}16 = 0{,}68$ 2

b) $0{,}68$ est une valeur remarquable 1
$p(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0{,}68$ donc $\sigma = 20$

2) $Z = \dfrac{X-84}{\sigma}$ a) $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ par définition $\boxed{Z \sim \mathcal{N}(0;1)}$

b) $X \leq 64 \iff X - 84 \leq -20 \iff \dfrac{X-84}{\sigma} \leq \dfrac{-20}{\sigma} \iff Z \leq \dfrac{-20}{\sigma}$
donc $\boxed{p(X \leq 64) = p\left(Z \leq \dfrac{-20}{\sigma}\right) = 0{,}16}$ 2

c) d'après la calculatrice $\dfrac{-20}{\sigma} \approx -0{,}9945$
donc $\sigma = \dfrac{-20}{-0{,}9945} \approx 20{,}111$ 1,5

3) Soit $\sigma = 20{,}1$ a) $\boxed{p(24 \leq X \leq 60) = 0{,}115}$ d'après la calculatrice
2 ans = 24 mois
5 ans = 60 mois 1,5

b) 10 ans = 120 mois $p(X \geq 120) \approx 0{,}037$ 1

B 1) Les 12 tirages sont indépendants
la probabilité que le client utilise
l'extension de garantie est $p = 0,115$
Schéma de Bernoulli de paramètres
$n = 12$ et $p = 0,115$
Soit T la variable aléatoire qui comptabilise
le nombre de clients qui utilisent
l'extension suit la loi Binomiale :
$\mathcal{B}(12 ; 0,115)$

a) $p(T=3) = \binom{12}{3} \times 0,115^3 \times (1-0,115)^9 \simeq 0,111$
d'après la calculatrice

b) $p(T \geq 6) = 1 - p(T \leq 5) \simeq 0,001$

2) a) $65 - 399 = -334$
si le client fait jouer l'extension,
le gain algébrique de l'entreprise
est de (-334), sinon 65

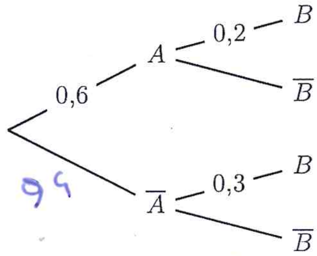
Y	-334	65
probabilité	0,115	0,885

b) $E(Y) = -334 \times 0,115 + 65 \times 0,885 = 19,115$
En moyenne, l'entreprise peut
espérer environ 19,12€ par client.
Il est donc avantageux pour l'entreprise

Exercice 2 (6 pts) : *Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées, dont une seule est exacte. Le candidat portera sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. On ne demande pas de justification. Il est attribué 1 point si la réponse est exacte. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.*

Question 1

On considère l'arbre de probabilités ci-contre :



Quelle est la probabilité de l'évènement B ? proba Totales $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$

a. 0,12 **b.** 0,2 **c.** 0,24 **d.** 0,5

Question 2

Le césium 137 est un élément radioactif qui constitue une des principales sources de radioactivité des déchets des réacteurs nucléaires. Le temps T, en années, durant lequel un atome de césium 137 reste radioactif peut être assimilé à une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = \dfrac{\ln 2}{30}$.

Quelle est la probabilité qu'un atome de césium 137 reste radioactif durant au moins 60 ans ?

a. 0,125 **b.** 0,25 **c.** 0,75 **d.** 0,875

$P(T \geqslant 60) = e^{-60\lambda} = e^{-2\ln 2}$

Question 3

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 110$ et d'écart-type $\sigma = 25$.
Quelle est la valeur arrondie au millième de la probabilité $P(X \geqslant 135)$?

a. 0,159 **b.** 0,317 **c.** 0,683 **d.** 0,841

Question 4

On lance une pièce de monnaie bien équilibrée 100 fois de suite. $n = 100 \quad p = 0,5$
Lequel des intervalles ci-dessous est un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence d'apparition de la face pile de cette pièce ?

a. [0,371 ; 0,637] **b.** [0,480 ; 0,523] **c.** [0,402 ; 0,598] **d.** [0,412 ; 0,695]

Question 5

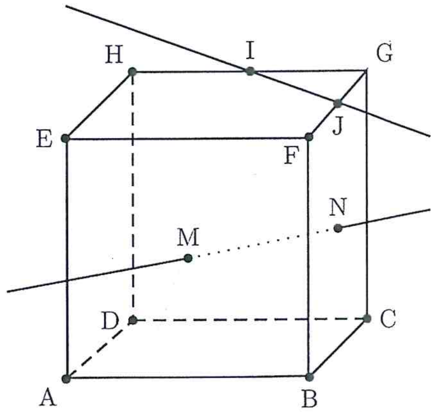
Une entreprise souhaite obtenir une estimation de la proportion de personnes de plus de 60 ans parmi ses clients, au niveau de confiance de 95 %, avec un intervalle d'amplitude inférieure à 0,05.
Quel est le nombre minimum de clients à interroger ?

a. 400 **b.** 800 **c.** 1 600 **d.** 3 200

Question 6

$\frac{1}{\sqrt{n}} \leqslant 0,05 \Leftrightarrow \sqrt{n} \geqslant \frac{2}{0,05} \Leftrightarrow \sqrt{n} \geqslant 40 \Leftrightarrow n \geqslant 1600$

La figure ci-dessous représente un cube ABCDEFGH.
Les points I et J sont les milieux respectifs des arêtes [GH] et [FG].
Les points M et N sont les centres respectifs des faces ABFE et BCGF.



Les droites (IJ) et (MN) sont :

1. perpendiculaires
2. sécantes, non perpendiculaires
3. orthogonales
4. parallèles

(IJ) et (MN) ne sont pas coplanaires
mais $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{IJ}$