

# Devoir n°3 - Limites de Suites - TS

2 novembre 2016 - 1h

**Exercice 1 (8 pts)** : Etudier la limite de chacune des suites suivantes :

1.  $u_n = -2n^3 + n - 7 - \frac{15}{n}$  avec  $n \in \mathbb{N}^*$

3.  $t_n = \frac{2^n - 3^n}{3^n}$  avec  $n \in \mathbb{N}^*$

2.  $v_n = \frac{1}{n^2} \cos\left(\frac{1}{n}\right)$  avec  $n \in \mathbb{N}^*$

4.  $s_n = \sqrt{n} - \sin n$  avec  $n \in \mathbb{N}$

**Exercice 2 (2 pts)** : La suite  $(u_n)$  est définie pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  par  $u_n = \frac{1}{n^2}$ .

- Donner la limite de la suite  $(u_n)$ .
- Démontrer le résultat précédent en utilisant la définition d'une suite convergente.  
(pour cela résoudre l'inéquation  $u_n < \alpha$ , pour  $\alpha > 0$ )

**Exercice 3 (9 points)** : On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$u_{n+1} = \sqrt{2u_n} \quad (*)$$

- On considère l'algorithme suivant :

Variables :	$n$ est un entier naturel $u$ est un réel positif
Initialisation :	Demander la valeur de $n$ Affecter à $u$ la valeur 1
Traitement :	Pour $i$ variant de 1 à $n$ : — Affecter à $u$ la valeur $\sqrt{2u}$ Fin de Pour
Sortie :	Afficher $u$

- Donner une valeur approchée à  $10^{-4}$  près, du résultat affiché par cet algorithme quand  $n = 3$ .
- Que permet de calculer cet algorithme ?
- Le tableau ci-dessous donne des valeurs approchées obtenues à l'aide de cet algorithme.

$n$	1	5	10	15	20
Valeur affichée	1,414 2	1,957 1	1,998 6	1,999 9	1,999 9

Quelles conjectures peut-on émettre concernant la suite  $(u_n)$  ?

- Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $0 < u_n \leq 2$ .
- Déterminer le sens de variation de la suite  $(u_n)$ .
- Justifier que la suite  $(u_n)$  est convergente.
- Soit  $l$  la limite de la suite  $(u_n)$ 
  - Quelles sont les valeurs possibles de  $l$  ?
  - On déduit de la relation  $(*)$  que  $l$  vérifie  $l = \sqrt{2l}$  : déterminer la valeur de la limite  $l$ .
  - Compléter l'algorithme ci-dessous par les instructions du traitement et de la sortie, de façon à afficher en sortie la plus petite valeur de  $n$  telle que  $u_n > 1,999$ .

Variables :	$n$ est un entier naturel $u$ est un réel
Initialisation :	Affecter à $n$ la valeur 0 Affecter à $u$ la valeur 1
Traitement :	
Sortie :	