

Devoir n°2 - Comportement d'une suite - Récurrence - TS

8 octobre 2015 - 1h

Exercice 1 (4 pts) : Etudier le sens de variation des suites (u_n) suivantes :

1. $u_n = n^2 - 3n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n^2 + u_n + 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3. $u_n = \frac{3^{n+1}}{5^n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 2 (4 pts) : Démontrer par récurrence que tout entier naturel n :

$$n^3 - n \text{ est divisible par } 3$$

Exercice 3 (5,5 pts) :

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 2n + 3$.

1. Etudier le sens de variation de la suite (u_n) .
2. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n > n^2$.
3. En déduire le comportement en $+\infty$ de la suite (u_n) .

Exercice 4 (6,5 pts) : Etudier la limite éventuelle de chacune des suites (u_n) :

1. $u_n = \frac{1}{n+1} - n$, avec $n \in \mathbb{N}$.
2. $u_n = 4 - 3\left(\frac{1}{5}\right)^n$, avec $n \in \mathbb{N}$.
3. $u_n = \frac{2n^2 + 1}{n^2 + n}$, avec $n \in \mathbb{N}^*$.
4. $u_n = \frac{2 + 5(-1)^n}{n}$, avec $n \in \mathbb{N}^*$.