

Devoir n°7 - Complexes - TS

10 février 2015 - 1h

Exercice 1 (4 points) :

1. Ecrire sous forme algébrique :

$$a_1 = \frac{3 + 2i}{4 - 5i}$$

$$a_2 = -3e^{i\frac{3\pi}{2}} + 3e^{i5\pi}$$

2. Déterminer la forme exponentielle des nombres suivants :

$$b_1 = 3\sqrt{3} + 3i$$

$$b_2 = -2\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

Exercice 2 (4 points) : Résoudre les équations suivantes :

$$(E_1) : 2iz - \bar{z} = 2$$

$$(E_2) : 5z^2 + 2z = -1$$

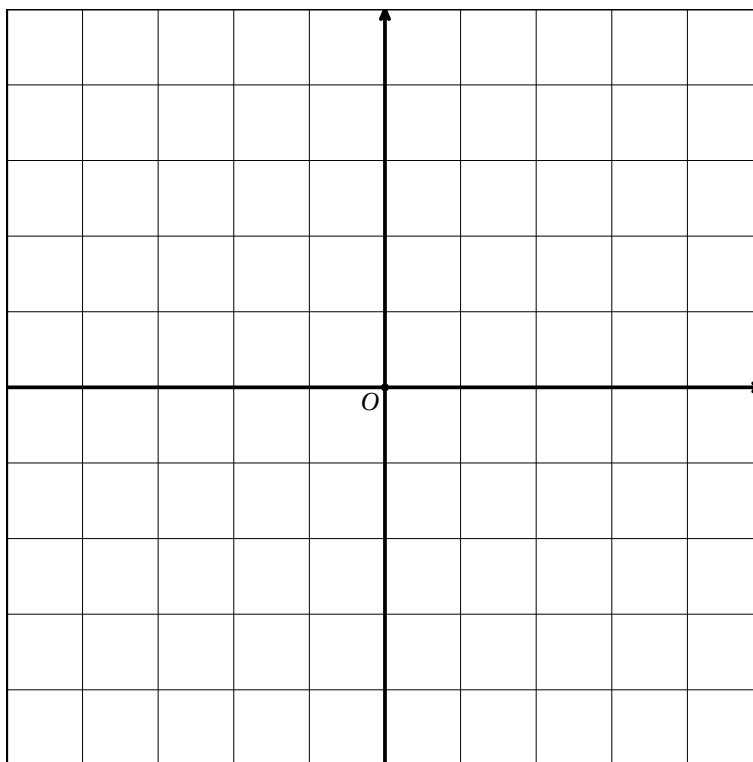
Exercice 3 (5 points) :

Représenter les ensembles suivants après avoir brièvement justifié :

$$\mathcal{E}_1 = \left\{ M(z) / \arg(z - 2i + 1) = \frac{2\pi}{3} \quad (2\pi) \right\}$$

$$\mathcal{E}_2 = \left\{ M(z) / \arg\left(\frac{z - 2i + 1}{z - 3 + i}\right) = \pi \quad (2\pi) \right\}$$

$$\mathcal{E}_3 = \{ M(z) / |z + 2 + i| = |z - 2i| \}$$



Exercice 4 (7 points) : On définit pour tout nombre complexe $z \neq i$ le nombre

$$z' = \frac{z + 3}{z - i}$$

Soit \mathcal{E} l'ensemble des points $M(z)$ tels que z' est imaginaire pur.

On se propose de déterminer \mathcal{E} de deux manières différentes.

1. **Par le calcul :**

a) On pose $z = x + iy$ avec $x, y \in \mathbb{R}$ et $z' = x' + iy'$ avec $x', y' \in \mathbb{R}$.

Déterminer x' et y' en fonction de x et y .

b) En déduire la nature et les caractéristiques de l'ensemble \mathcal{E} .

2. **Géométriquement :** Soient A d'affixe -3 et B d'affixe i . Déterminer \mathcal{E} de manière géométrique.