

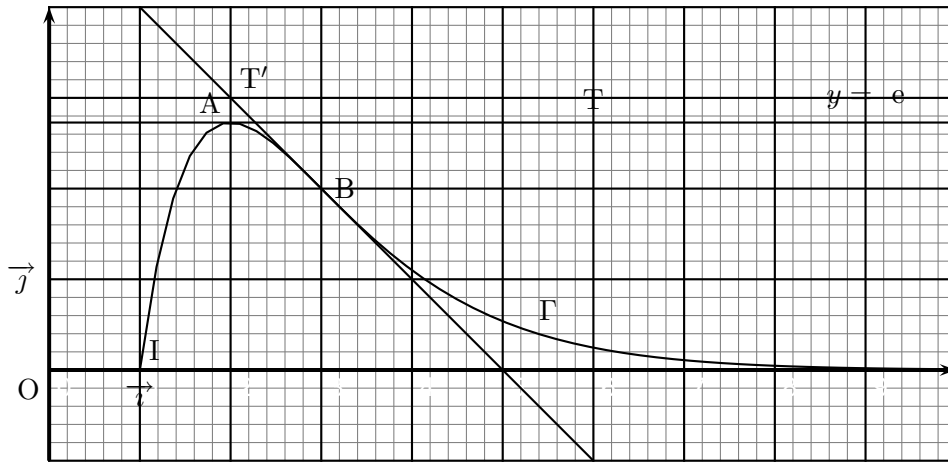
Devoir de mathématiques n° 8 - TES

26 mars 2010 - 1H

Exercice 1

9 points

Le graphique ci-dessous, est celui de la courbe Γ représentative d'une fonction f définie sur $[1; +\infty[$.



La courbe Γ passe par les points $I(1;0)$, $A(2;e)$ et $B(3;2)$.

La droite T est tangente à Γ au point A et elle est parallèle à l'axe des abscisses.

La droite T' est tangente à Γ en B et elle passe par le point de coordonnées $(5;0)$.

La fonction f est décroissante sur $[2; +\infty[$.

L'axe des abscisses est asymptote à la courbe Γ .

- À l'aide d'une lecture graphique donner les valeurs de $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, puis de $f'(2)$ et $f'(3)$.
- La fonction g est définie par $g(x) = \exp[f(x)]$
 - Quel est le domaine de définition de la fonction g ?
 - Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et interpréter graphiquement.
 - Justifier les variations de g et en dresser le tableau de variations.
 - Calculer $g'(2)$ et $g'(3)$.

Exercice 2

4 points

Résoudre l'équation :

$$2e^{2x} - 3e^x + 1 = 0$$

(poser $X = e^x$)

Exercice 3

7 points

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = 2x - 2 - e^{-x}.$$

- Déterminer la limite de f en $+\infty$.
- Déterminer f' dérivée de f , ainsi que le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x .
- Établir le tableau de variations de la fonction f .
- Prouver que l'équation $f(x) = 0$ admet une et une seule solution α ; donner une valeur décimale approchée de α à 10^{-1} près.
 - En déduire, suivant les valeurs de x , le signe de $f(x)$.