

Devoir de mathématiques n° 8 - TES

24 mars 2010 - 2H

Exercice 1

5 points

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

Une étude sur le taux d'équipement en téléphonie des ménages d'une ville a permis d'établir les résultats suivants :

- 90 % des ménages possèdent un téléphone fixe ;
- parmi les ménages ne possédant pas de téléphone fixe, 87 % ont un téléphone portable ;
- 80 % des ménages possèdent à la fois un téléphone fixe et un téléphone portable.

Notations : Si A et B sont des événements, \bar{A} désigne l'événement contraire de A et $P_B(A)$ la probabilité que l'événement A soit réalisé sachant que l'événement B l'est.

On choisit un ménage au hasard et on note :

- F l'événement : « le ménage possède un téléphone fixe » ;
- T l'événement : « le ménage possède un téléphone portable ».

- (a) Grâce aux données de l'énoncé, donner $P(F \cap T)$, $P(F)$ et $P_{\bar{F}}(T)$.
(b) Calculer $P_F(T)$.
- Démontrer que la probabilité de l'événement T est 0,887.
- Sachant que le ménage choisi n'a pas de téléphone portable, quelle est la probabilité que ce soit un ménage possédant un téléphone fixe ?
- On choisit successivement au hasard et de manière indépendante trois ménages.
Quelle est la probabilité qu'il y en ait au plus deux ayant un téléphone portable ?

Exercice 2

4 points

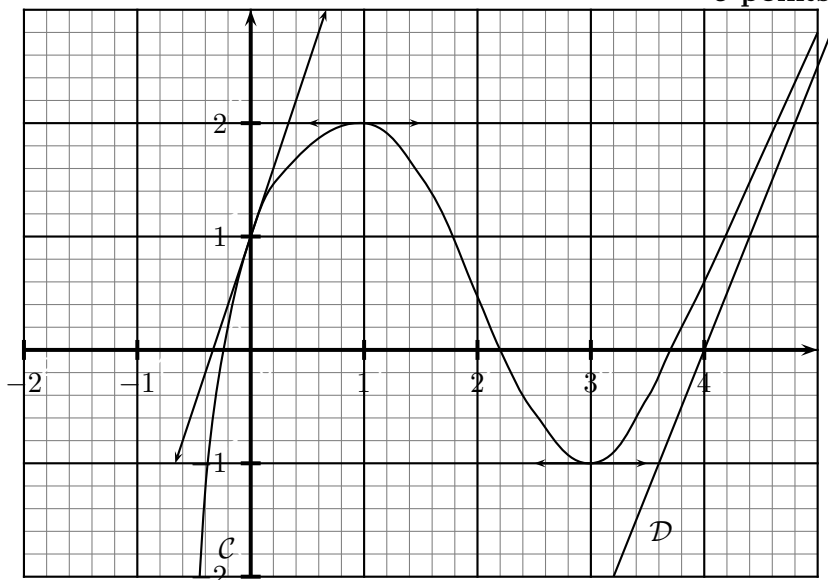
Résoudre l'inéquation :

$$2e^{2x} - e^x - 1 \leq 0$$

(poser $X = e^x$)

Exercice 3**5 points**

La courbe \mathcal{C} donnée ci-contre est la représentation graphique, dans un repère orthonormal, d'une fonction f définie et dérivable sur $] -1 ; +\infty[$. On sait que la fonction f est croissante sur $] -1 ; 1]$ et sur $[3 ; +\infty[$ et que la droite \mathcal{D} est asymptote à \mathcal{C} en $+\infty$.

**I. Etude graphique de la fonction f**

1. Déterminer $f(0)$ et $f(1)$, puis $f'(0)$ et $f'(1)$.
2. Résoudre, avec la précision permise par le graphique, l'inéquation $f(x) \leq 2$.

II. Etude de la fonction g définie par $g(x) = \exp[f(x)]$

1. Quel est le domaine de définition de la fonction g ?
2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, puis $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$.
3. Etudier les variations de g et en dresser le tableau de variations.
4. Calculer $g'(1)$ et $g'(0)$.

Exercice 4**6 points**

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = xe^x - 2$$

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$, puis en $-\infty$, et donner une interprétation graphique. (on rappelle que $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$)
2. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe ; en déduire le tableau de variations de f .
3. Donner l'équation de la tangente (T) à (C) , la courbe représentative de f , au point d'abscisse 0.
4. Tracer (C) et (T) dans un repère orthonormal d'unité 1 cm.