

Devoir de mathématiques n° 3 - TES4

4 nov 2008 - 2H

Exercice 1

La courbe (C) ci-contre, est la représentation graphique d'une fonction f définie dérivable sur $[-3; 3]$:

- elle passe par l'origine O et par le point $A(-3; 9)$;
- elle admet au point B d'abscisse 1 une tangente horizontale,
- et elle admet la droite (OA) pour tangente en O .

1. Quel est le coefficient directeur de la droite (OA) ?
2. L'un des trois schémas numérotés 1, 2 et 3, est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f . Indiquer le numéro de ce schéma en justifiant.
3. Déterminer une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse -1, et la construire.
4. On suppose que f est définie sur $[-3; 3]$ par :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

ou a , b , c et d sont des réels.

Déterminer les réels a , b et c en utilisant les quatre conditions de départ.

Exercice 2

Partie A : On pose $g(x) = x^3 - 12x - 1$ définie sur $]0; +\infty[$.

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$ et dresser le tableau de variation de la fonction g .
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique x_0 , et donner sa valeur arrondie aux dixièmes.
3. En déduire le signe de la fonction g sur $]0; +\infty[$.

Partie B : La fonction f est définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 2x + 1 + \frac{24x + 1}{x^2}$
et on note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2. Déterminer les asymptotes à la courbe C_f .
3. Montrer que $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^3}$ et en déduire les variations de f .
4. Donner la valeur arrondie aux dixièmes de $f(3,5)$.
5. Tracer la courbe C_f ainsi que ses éléments caractéristiques dans le repère ci-dessous.

Partie C : Une entreprise fabrique des objets dont le coût moyen (coût unitaire en euros) lorsqu'on a fabriqué q objets, avec $q \in [3; 50]$ est donné par :

$$C_M(q) = 2q + 1 + \frac{24q + 1}{q^2}$$

1. Déterminer le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût moyen soit minimum.
2. Calculer $C_M(10)$ et en donner une signification.
3. Chaque objet est vendu au prix unitaire de 24 €.
Déterminer graphiquement le nombre maximum d'objets à fabriquer pour réaliser un bénéfice.

