

## Devoir de Mathématiques N° 6 (10 min)

---

Exercice 1 (1,5 pts) : Déterminer le PGCD des nombres 6540 et 272.

Exercice 2 (3,5 pts) : Déterminer les couples d'entiers naturels  $(a; b)$  de somme 72 et de PGCD égal à 9.

$$\begin{array}{lcl}
 \underline{\text{Ex 1}}: & 6540 = 272 \times 24 + 12 & \text{Pgcd}(6540; 272) \\
 & 272 = 12 \times 22 + 8 & = \text{Pgcd}(272; 12) \\
 & 12 = 8 \times 1 + 4 & = \text{Pgcd}(12; 8) \\
 & 8 = 4 \times 2 + 0 & = \text{Pgcd}(8; 4) \\
 & & = 4
 \end{array}$$

---


$$\underline{\text{Ex 2}}: a, b \in \mathbb{N} / a + b = 72 \\
 \text{et } \text{Pgcd}(a; b) = 9.$$

$$a \wedge b = 9 \text{ donc } \begin{cases} 9 \mid a \\ 9 \mid b \end{cases} \text{ donc } \exists k, k' \in \mathbb{N} / \begin{cases} a = 9k \\ b = 9k' \end{cases} \text{ avec } \underline{k \wedge k' = 1} \quad (*)$$

$$\underline{\text{alors}} \quad a + b = 72 \Leftrightarrow 9(k + k') = 72 \Leftrightarrow k + k' = 8$$

$$8 = 1 + 7 = \underline{2 + 6} = 3 + 5 = \underline{4 + 4} \quad \begin{array}{l} k = 2 \text{ et } k' = 7 \\ k = 3 \text{ et } k' = 5 \\ \text{et inversement} \end{array}$$

ne conviennent pas

$$\underline{\text{donc}} \quad \underline{S = \{ (9; 63); (27; 45); (45; 27); (63; 9) \}}$$

Remarque

$$\begin{aligned}
 * \quad \text{Pgcd}(a; b) = 9 &\Leftrightarrow \text{Pgcd}(9k; 9k') = 9 \\
 &\Leftrightarrow 9 \text{ Pgcd}(k; k') = 9 \\
 &\text{homogénéiser} \\
 &\Leftrightarrow \underline{\text{Pgcd}(k; k') = 1}
 \end{aligned}$$