

Devoir de Mathématiques N° 5 (40 min)

Exercice 1 (4 pts) : Déterminer si les nombres suivants sont premiers ou composés

1. 229
2. $A = 4n^2 - 1$ pour tout entier naturel $n \geq 2$
3. $B = n^2 - 6n + 5$ avec $n \in \mathbb{N}$

Exercice 2 (2 pts) :

1. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 156.
2. Déterminer le nombre de diviseurs positifs de 156, puis écrire la liste de ces diviseurs.
3. En déduire l'entier naturel n tel que $n(n + 1) = 156$.

Exercice 3 (4 pts) : Soit $F_n = 4n + 1$ avec $n \in \mathbb{N}$

1. a) Trouver cinq entiers n tels que F_n soit un nombre premier.
b) Pour ces cinq nombres F_n , vérifier un théorème de Fermat : "Tout nombre premier de la forme F_n est la somme des carrés de deux entiers."
2. a) Soient x, x', y et y' quatre entiers; développer : $(xx' + yy')^2 + (xy' - yx')^2$
b) En déduire que si deux entiers sont somme de deux carrés, alors leur produit aussi est la somme de de deux carrés.