

Devoir de Mathématiques N° 3 (20mn)

1 Pour quel(s) nombre(s) premier(s) p , l'entier naturel $7p + 1$ est-il un carré parfait ?

2

1. Décomposer 1 620 en facteurs premiers; combien 1 620 possède-t-il de diviseurs ?

2. Trouver les entiers a et b tels que leur produit soit égal à 1 620 et ayant exactement six diviseurs communs.

1) p premier et 7 premier
 soit $a \in \mathbb{N} / 7p + 1 = a^2$ alors $7p = a^2 - 1 = (a+1)(a-1)$
 donc $a+1 = 7$ et $a-1 = p$
 ou $a+1 = p$ et $a-1 = 7$
 soit $a = 6$ et $p = 5$ ($7p + 1 = 36 = 6^2$)
 ou $a = 8$ et $p = 7$ non premier donc $p = 5$

2) 1 620 | 2
 810 | 2
 ① 405 | 3
 135 | 3
 45 | 3
 15 | 3
 5 | 5
 1

$$\sqrt{1620} = 2^2 \times 3^4 \times 5$$

$$(2+1) \times (4+1) \times (1+1) = 30$$

1620 possède 30 diviseurs

$$\textcircled{2} \quad a \times b = 1620 = (2 \times 3^2) \times (2 \times 3^2 \times 5) \\ = 18 \times 90$$

$$\begin{cases} a = 18 \\ b = 90 \end{cases}$$

$$\mathcal{D}_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$$

$$\mathcal{D}_{90} = \{1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; \\ 18; 30; 45; 90\}$$

a et b ont exactement 6 diviseurs communs