Correction du dev 7 - 2de

Ex 1

A$(1;-1)$
B$(2;1)$
C$(-5;2)$
D$(-5;24)$

1) $x_A \neq x_B$ donc $(AB) : y = ax + b$

avec $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{1-(-1)}{2-1} = \dfrac{2}{1} = 2$

alors $y = 2x + b$

$A \in (AB) \iff -1 = 2 + b \iff \boxed{b = -3}$

Donc (AB) a pour équation $\boxed{y = 2x - 3}$

$x_C = x_D = -5$ donc (CD) a pour équation $\boxed{x = -5}$

2) (AB) et (CD) n'ont pas le même coefficient directeur donc (AB) et (CD) sont sécantes

$\begin{cases} x = -5 \\ y = 2x - 3 = 2\times(-5) - 3 = -13 \end{cases}$

(AB) et (CD) se coupent en $M(-5;-13)$

3) $x_A \neq x_C$

soit $a' = \dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \dfrac{2-(-1)}{-5-1} = \dfrac{3}{-6} = \dfrac{-1}{2}$ coefficient directeur de (AC)

$a \neq a'$ donc (AB) et (AC) ne sont pas parallèles alors A, B et C ne sont pas alignés

Ex2 : $(d_1) : y = \dfrac{-2}{3}x - 1$ $\quad (d_2) : y = x + 2$

1) graphique

2) $A(6;-5)$ $\quad \dfrac{-2}{3}\times 6 - 1 = -4 - 1 = -5$ donc $A \in (d_1)$

3) $B(x_B;0) \in (d_1) \iff 0 = \dfrac{-2}{3}x_B - 1 \iff \dfrac{2}{3}x_B = -1$

$\iff x_B = \dfrac{-3}{2}$ $\quad \boxed{B\left(-\dfrac{3}{2};0\right)}$

4) $\Delta // (d_1)$ et Δ par $C\left(-\tfrac{1}{2};\dfrac{-3}{2}\right)$

donc $\Delta : y = \dfrac{-2}{3}x + b$ $\quad b$?

$C \in \Delta \iff \dfrac{-3}{2} = \dfrac{-2}{3}\times\dfrac{-1}{2} + b \iff \dfrac{-3}{2} = \dfrac{1}{3} + b$

$\iff b = \dfrac{-3}{2} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{-9-2}{6} = -\dfrac{11}{6}$

$\Delta : \boxed{y = \dfrac{-2}{3}x - \dfrac{11}{6}}$

Ex 3

1) ⓐ $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & (L_1) \\ x + 5y = 13 & (L_2) \end{cases}$

$4 \times 5 - 1 \times (-3) = 20 + 3 = 23$

$23 \neq 0$ le système admet une seule solution

$$\begin{array}{rcl} 4x - 3y = 6 & & (L_1) \\ \ominus \; 4x + 20y = 52 & & 4 \times (L_2) \\ \hline -23y = -46 & & \end{array}$$

$\Leftrightarrow$ $y = 2$

donc $x + 5 \times 2 = 13$

$\Leftrightarrow$ $x = 3$

$S = \{(3;2)\}$

ⓑ $\begin{cases} 2x - 3y = 1 & (L_1) \\ 4x - 6y = 3 & (L_2) \end{cases}$

$2 \times (-6) - 4 \times (-3)$
$= -12 + 12 = 0$
aucune solution ~~ou~~ ou une infinité

$(L_1) \times 2 \to 4x - 6y = 2$
$(L_2) \to 4x - 6y = 3$ $\}$ $2 = 3$ impossible $S = \emptyset$

2) $\begin{cases} 4x - 2y = 2 & (L_1) \\ 3x + y = 4 & (L_2) \end{cases}$

$(L_1) \Leftrightarrow -2y = -4x + 2$
$\Leftrightarrow y = 2x - 1 \to (d_1)$

$(L_2) \Leftrightarrow y = -3x + 4 \to (d_2)$

(d_1) et (d_2) se coupent en $A(1;1)$ donc $S = \{(1;1)\}$

vérification : $\begin{cases} 4 \times 1 - 2 \times 1 = 4 - 2 = 2 \\ 3 \times 1 + 1 = 3 + 1 = 4 \end{cases}$ c'est vérifié !
$x = 1$ et $y = 1$

Ex 4 : Soit x le nombre de femelles et soit y le nombre de mâles.

$\begin{cases} x + y = 100 & (L_1) \\ 4x + 2{,}5y = 292 & (L_2) \end{cases}$

$$\begin{array}{rcl} 4x + 4y = 400 & & 4 \times (L_1) \\ \ominus \; 4x + 2{,}5y = 292 & & \\ \hline 1{,}5y = 108 & & \end{array}$$

$\Leftrightarrow$ $y = 72$

donc $x = 28$

Au départ, il y avait 28 femelles et 72 mâles