Devoir n°5 - Généralités sur les fonctions - 2nde

4 décembre 2018 - 1h

Exercice 1 (3 pts) : Voici des informations concernant une fonction f définie sur $\mathbb{R}$

- f est décroissante sur $]-\infty; -2]$ et sur $[\frac{1}{2}; 2]$
- f est croissante sur $]-2; \frac{1}{2}[$ et sur $]2; +\infty[$
- -3 est le minimum pour f sur $\mathbb{R}$ atteint en $x = -2$
- $f(-4) = 1{,}5$; $f(\frac{1}{2}) = 4$; $f(2) = -2$ et $f(3) = -1$
- les antécédents de 0 par f sont -3, -1 et 1

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
2. Tracer une courbe représentant la fonction f.

Exercice 2 (4,5 pts) : On donne le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-7; 8]$.

/5

x	-7		-4		1		3		8
Variations de f			2				5		
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
	0				-5				3

1,5 1. Quel est le minimum, le maximum de f ?

2. Compléter d'après le tableau, en justifiant :

1 a) $-7 \le a < b \le -4$ alors ..a..<..$f(a)$..<..$f(b)$..<...2 car f est strictement croissante

1 b) $3 \le a < b \le 8$ alors ..5..>..$f(a)$..>..$f(b)$..>...3 car f est strictement décroissante

3. Compléter par $<$, $>$ ou ? si on ne peut pas savoir :

a) $f(1)$...<...$f(2)$
b) $f(-3)$...>...$f(0)$
c) $f(7)$...>...$f(-2)$
d) $f(-6)$...<...2
e) $f(-5)$...?...$f(-3)$
f) $f(4)$...>...0

0,25 × 6 = 1,5

Exercice 3 (3 pts) : Résoudre les équations suivantes :

(E_1) : $16x^2 = 1$

(E_2) : $(2x-1)(3-x) = (4x-5)(2x-1)$

(E_3) : $(x-5)^2 - (3x-1)^2 = 0$

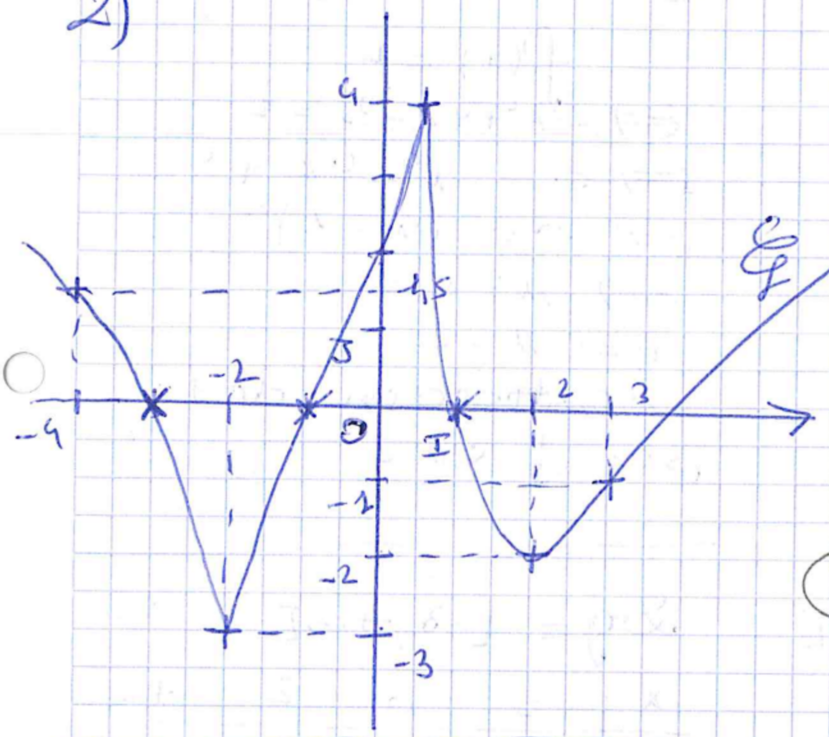
Correction du devoir n°5 - 2de

Exo 1 : 1)

x	$-\infty$	-2	$1/2$	2	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	-3	$\nearrow$ 4	$\searrow$ -2	$\nearrow$

1

2)



repère 0,25
8 points 1,5
$\mathcal{C}_f$ 0,25

/3

Exo 2 : 1) Sur $[-7;8]$, -5 est le minimum pour f atteint en $x=1$
1,5 et 5 est le maximum atteint en $x=3$

Exo 3 : $16x^2=1$ /3

$\iff x^2=\frac{1}{16}$

$\iff x=\frac{1}{4}$ ou $x=\frac{-1}{4}$

$\boxed{S=\left\{\frac{-1}{4};\frac{1}{4}\right\}}$

0,75

$(2x-1)(3-x)=(4x-5)(2x-1)$

$\iff (2x-1)(3-x)-(4x-5)(2x-1)=0$

$\iff (2x-1)\left[(3-x)-(4x-5)\right]=0$

$\iff (2x-1)(3-x-4x+5)=0$

$\iff (2x-1)(8-5x)=0$

$\iff 2x-1=0$ ou $8-5x=0$

$\boxed{S=\left\{1/2\,;\,8/5\right\}}$

1

$(x-5)^2-(3x-1)^2=0$

$\Rightarrow [(x-5)+(3x-1)][(x-5)-(3x-1)]=0$

$\iff (4x-6)(x-5-3x+1)=0$

$\iff (4x-6)(-2x-4)=0$

$\iff 4x-6=0$ ou $-2x-4=0$

$\iff x=6/4$ ou $x=\frac{-4}{2}$ 1,25

$\boxed{S=\left\{-2\,;\,3/2\right\}}$

Exercice 4 (4 pts) : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

/15

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

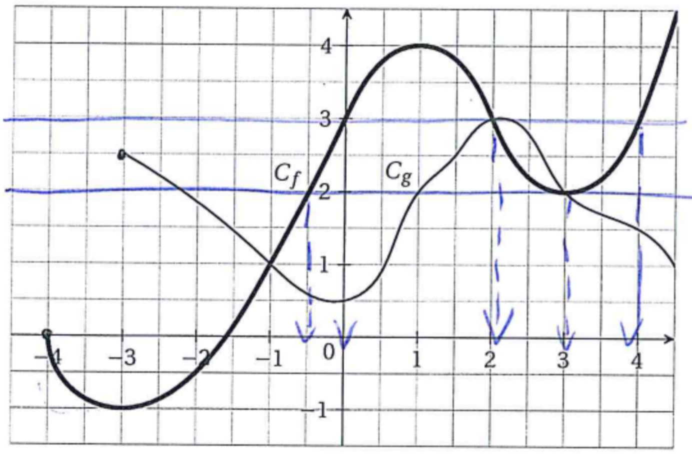
1. Déterminer les images de 0, de -1 et de $\frac{1}{2}$ par f (détailler les calculs).
2. Déterminer les antécédents éventuels de -3, puis de 1 par f.
3. Compléter le tableau ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-24	-15	-8	-3	0	1	0

+0,5

Exercice 5 (5,5 pts) :

/16



$y = 2$

1. Quel est l'ensemble de définition des fonctions f et g ?
2. Dresser les tableaux de variations de f et g.
3. Les fonctions f et g admettent-elles des extremum ? Si oui, lesquels ?
4. Résoudre graphiquement les équations suivantes :

   a) $f(x) = 3$ (justifier par une phrase) b) $g(x) = 0$

5. Résoudre graphiquement les équations suivantes :

   a) $f(x) \leq 2$ b) $f(x) > g(x)$ (justifier par une phrase)

Ex4 : $f(x) = -x^2+4x-3$ sur $\mathbb{R}$ 0,25

1) $f(0) = -0+4\times 0-3 = -3$ 0,25

$f(-1) = -(-1)^2+4\times(-1)-3 = -1-4-3 = -8$ 0,75

$f(-1/2) = -(-1/2)^2 + 4\times\frac{1}{2} - 3 = -\frac{1}{4} + \frac{4}{2} - 3$

$\underline{1}$ $= -\frac{1}{4} + \frac{8}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{5}{4}$

L'image de 0 par f est -3 0,25

2) $f(x) = -3$

$\iff -x^2+4x-3 = -3$

$\iff -x^2+4x = 0$

$\iff x(-x+4) = 0$

$\iff x = 0$ ou $-x+4 = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = 4$

Les antécédents de (-3) par f sont 0 et 4. 1

$f(x) = 1$

$\iff -x^2+4x-3 = 1$

$\iff 0 = x^2-4x+4$

$\iff 0 = (x-2)^2$

$\iff x-2 = 0$

$\iff x = 2$

L'antécédent de 1 par f est 2 1

Ex5 : 1) $D_f = [-4\,;+\infty[$ $D_g = [-3\,;+\infty[$ 0,5

2)

x	-4		-3		1		3		$+\infty$
$f(x)$	0	↘	-1	↗	4	↘	2	↗	

x	-3		0		2		$+\infty$
$g(x)$	2,5	↘	0,5	↗	3	↘	

1

3) • (-1) est le minimum pour f sur $[-4\,;+\infty[$ atteint en $x=-3$

• 3 est le maximum pour g sur $[-3\,;+\infty[$ atteint en $x = 2$ 1,5

4) a) Les solutions de $f(x)=3$ sont les abscisses des points de C_f d'ordonnée 3

$S = \{0\,;2\,;4\}$ 1

b) $g(x)=0$ $S = \emptyset$ sur le graphique 0,5

5) a) $f(x) \leq 2$ $S = [-4\,;-0{,}5] \cup \{3\}$ 0,5

b) Les solutions de $f(x) > g(x)$ sont les abscisses des points de C_f au-dessus strictement de C_g $S =]-1\,;2[\cup]3\,;+\infty[$ 1