Correction du devoir n°2 - 2de

Ex 1 :

- $16x^2 - 9 = 0$

$(4x-3)(4x+3) = 0$

$S = \left\{-\frac{3}{4} ; \frac{3}{4}\right\}$

- $2(1-3x) - (2x-5) = 4(x-3)$

$2 - 6x - 2x + 5 = 4x - 12$

$7 - 8x = 4x - 12$

$19 = 12x$

$S = \left\{\frac{19}{12}\right\}$

- $(x-3)^2 = 1$

$x - 3 = 1$ ou $x - 3 = -1$

$x = 4$ ou $x = 2$

$S = \{2 ; 4\}$

- $25 - 20x + 4x^2 = 0$

$(5-2x)^2 = 0$

$S = \{5/2\}$

- $(x-2)(2x-1) = (2x-1)(5-3x)$

$(x-2)(2x-1) - (2x-1)(5-3x) = 0$

$(2x-1)[(x-2) - (5-3x)] = 0$

$(2x-1)(x-2-5+3x) = 0$

$(2x-1)(4x-7) = 0$

$S = \{1/2 ; 7/4\}$

Ex 2 :

$A(-1 ; -1)$
$B(1 ; 3)$
$C(5 ; 1)$
$K(2 ; 0)$
$D(3 ; -3)$
$E(3 ; 3)$
$F(4 ; -5/2)$
$G(0 ; 4)$

0,5

1

2) Dans le triangle ABC rectangle en B 0,5

$\begin{cases} AB^2 = (1+1)^2 + (3+1)^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20 \\ AC^2 = (5+1)^2 + (1+1)^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40 \end{cases}$ 0,25

$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{40}} = \sqrt{\frac{20}{40}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 0,5

D'après la calculatrice $\boxed{\widehat{ABC} = 45°}$ 0,5

3) K milieu de [AC]

donc $x_K = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ et $y_K = \frac{-1+1}{2} = 0$

4) D symétrique de B par rapport à K

donc K milieu de [BD]

donc $x_K = \frac{x_B + x_D}{2}$ | $y_K = \frac{y_B + y_D}{2}$

$2 = \frac{1 + x_D}{2}$ | $0 = \frac{3 + y_D}{2}$

$4 = 1 + x_D$ | $y_D = -3$

$x_D = 3$ | Donc $\boxed{D(3 ; -3)}$

5) K milieu de [AC] et de [BD]

donc ABCD parallélogramme

or $\widehat{ABC} = 90°$ donc c'est un rectangle

$BC^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$ donc $BC = AB = \sqrt{20}$ 1,5

Donc c'est un carré

6) Alors [AC] et [BD] ont même longueur

donc $KA = KC = KB = KD$

$KA^2 = (2+1)^2 + (-1)^2 = 3^2 + 1^2 = 10$

donc $\underline{A, B, C, D \in \mathcal{C}(K; \sqrt{10})}$

7) $KE^2 = (3-2)^2 + (3-0)^2 = 1^2 + 3^2 = 10$

donc $KE = \sqrt{10}$ alors $\underline{E \in \mathcal{C}}$

$KF^2 = (4-2)^2 + (-5/2)^2 = 2^2 + \frac{25}{4} = 4 + \frac{25}{4} = \frac{41}{4}$

$KF \neq \sqrt{10}$ donc $\underline{F \notin \mathcal{C}}$

8) $\begin{cases} EG^2 = (3-0)^2 + (4-3)^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \\ KE^2 = 10 \\ GK^2 = (2-0)^2 + (4-0)^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \end{cases}$

on a $EG^2 + KE^2 = GK^2$ D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EGK est rectangle en E

donc $(KE) \perp (EG)$ alors $\underline{(GE) \text{ tangente à } \mathcal{C} \text{ en } E}$

$E \in \mathcal{C}$

Ex 3 :

$A(-4 ; -3/2)$

$B(-2 ; 5/2)$

$C(2 ; 1/2)$

$M(0 ; a)$

1) ABM rectangle en B

d'après le théorème de Pythagore

$AB^2 + BM^2 = AM^2$

$\begin{cases} AB^2 = (-4+2)^2 + (5/2 + 3/2)^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \\ BM^2 = (-2)^2 + (a - 5/2)^2 = 4 + a^2 - 5a + \frac{25}{4} \\ AM^2 = (-4)^2 + (a + 3/2)^2 = 16 + a^2 + 3a + \frac{9}{4} \end{cases}$

on a donc $20 + 4 + a^2 - 5a + \frac{25}{4} = 16 + a^2 + 3a + \frac{9}{4}$

$24 - 5a + \frac{25}{4} = 16 + 3a + \frac{9}{4}$

$8 + 4 = 8a$

$a = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ $\boxed{M(0 ; 3/2)}$

2) Il semble que M est le milieu de [BC]

$\begin{cases} \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-2+2}{2} = 0 = x_M \\ \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{5/2 + 1/2}{2} = \frac{3}{2} = y_M \end{cases}$

C'est vérifié

3) ABNC parallélogramme si M milieu de [BC] et de [AN]

$x_M = \frac{x_A + x_N}{2}$

$0 = \frac{-4 + x_N}{2}$

$x_N = 4$

$y_M = \frac{y_A + y_N}{2}$

$3/2 = \frac{-3/2 + y_N}{2}$

$y_N = 9/2$