Correction du devoir n°15 - 2de

Ex 1 : 1) $(x+3)(1-2x) < 0$

x	$-\infty$		-3		$1/2$		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$1-2x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$(x+3)(1-2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S =]-\infty ; -3[\cup]1/2 ; +\infty[$

1,5

2) $\dfrac{3-x}{2x-1} \geqslant 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$

x	$-\infty$		$1/2$		3		$+\infty$
$3-x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$2x-1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$\dfrac{3-x}{2x-1}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

$S =]1/2 ; 3]$

3) $\dfrac{x-1}{4-x} \leqslant 2$ sur $\mathbb{R} \setminus \{4\}$

$\iff \dfrac{x-1}{4-x} - 2 \leqslant 0$

$\iff \dfrac{x-1-2(4-x)}{4-x} \leqslant 0$

$\iff \dfrac{3x-9}{4-x} \leqslant 0 \iff \dfrac{3(x-3)}{4-x} \leqslant 0$

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
$3(x-3)$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$4-x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$\dfrac{3(x-3)}{4-x}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

$S =]-\infty ; 3] \cup]4 ; +\infty[$

19

Ex 2 : $\begin{cases} f(x) = 2x^2 - 4x - 6 \\ g(x) = -2x - 2 \end{cases}$ sur $\mathbb{R}$

1) g est une fonction affine

0,25 + 0,5

2)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-8	$\nearrow$	$+\infty$

0,5 + 0,25

$f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

$a = 2$

$a > 0$ donc $\searrow \nearrow$

3) -8 est le minimum pour f sur $\mathbb{R}$ atteint en $x = 1$ 0,75

4) $f(-2) = 2 \times (-2)^2 - 4 \times (-2) - 6$

$= 2 \times 4 + 8 - 6$

$= 10$

1

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{2} - 6$

$= 2 \times \frac{1}{4} - 2 - 6$

$= \frac{1}{2} - 8 = \frac{1}{2} - \frac{16}{2} = \frac{-15}{2}$

l'image de -2 par f est 10

l'image de $1/2$ par f est $\frac{-15}{2}$

5) $f(x) = -6$

$\iff 2x^2 - 4x - 6 = -6$

$\iff 2x^2 - 4x = 0$

$\iff 2x(x-2) = 0$

$\iff 2x = 0$ ou $x - 2 = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = 2$

1,25

les antécédents de -6 par f sont 0 et 2

6) $2(x+1)(x-3) = 2(x^2 - 3x + x - 3)$

$= 2(x^2 - 2x - 3) = 2x^2 - 4x - 6$

donc $f(x) = 2(x+1)(x-3)$ 0,75

$f(x) = 0$

$\iff 2(x+1)(x-3) = 0$

$\iff x + 1 = 0$ ou $x - 3 = 0$

$\iff x = -1$ ou $x = 3$

1,25

Les antécédents de 0 par f sont -1 et 3

7) $h(x) = f(x) - g(x)$ sur $\mathbb{R}$

$= (2x^2 - 4x - 6) - (-2x - 2)$

$= 2x^2 - 4x - 6 + 2x + 2$

$= 2x^2 - 2x - 4$

or $2(x+1)(x-2) = 2(x^2 - 2x + x - 2) = 2(x^2 - x - 2)$

$= 2x^2 - 2x - 4$

1,25

Donc $h(x) = 2(x+1)(x-2)$

8)

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-2$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$h(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

1,5

$2 > 0$

- sur $]-\infty ; -1]$ et sur $[2 ; +\infty[$
  $h(x) \geqslant 0 \iff f(x) \geqslant g(x)$
  $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$
- sur $]-1 ; 2[$, $\mathcal{C}_f$ est strictement au-dessous de $\mathcal{C}_g$.

Exercice 3 (6,5 pts) : On souhaite comparer les capacités physiques de deux joueurs de football. On a relevé les distances parcourues par ces joueurs durant le dernier championnat.

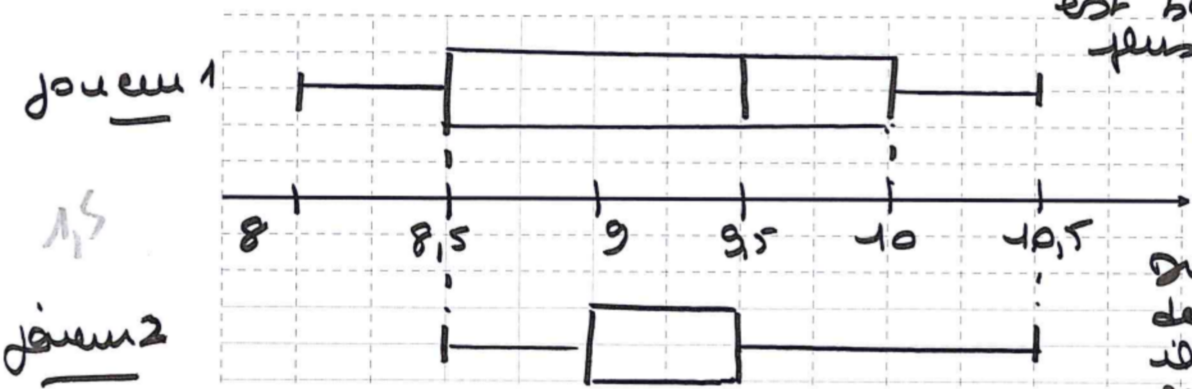
Joueur 1 :

distance (en km)	8	8,5	9	9,5	10	10,5	Total
nombre de matchs	8	7	3	10	2	8	38
effectifs cumulés croissants	8	15	18	28	30	38	~~ ~~

Joueur 2 :

distance (en km)	8	8,5	9	9,5	10	10,5	Total
nombre de matchs	0	9	14	7	7	2	39
effectifs cumulés croissants	0	9	23	30	37	39	~~ ~~

1. Déterminer l'étendue et la moyenne de chacune des séries.
2. Déterminer la médiane, le 1er et le 3ème quartiles de chacune des séries (compléter les tableaux).
3. Construire le diagramme en boîte de chacune des séries et comparer. le joueur 2 est beaucoup plus régulier



distance en km

Durant 50% de ses matchs il parcourt entre 9 et 9,5 km

1,5

1) $10,5 - 8 = 2,5$

$\bar{x}_1 = \dfrac{8\times8 + 8,5\times7 + \cdots + 10,5\times8}{38} = \dfrac{349,5}{38} \approx 9,20$

2

$10,5 - 8,5 = 2$

$\bar{x}_2 = \dfrac{8,5\times9 + 9\times14 + \cdots + 10,5\times2}{39} = \dfrac{360}{39} \approx 9,23$

l'étendue de la série 1 est de 2,5 et celle de la série 2 est de 2. Les distances moyennes parcourues par les 2 joueurs sont environ les mêmes : 9,2 km

2)

joueur 1	joueur 2
$\frac{38}{2} = 19$ la médiane est la moyenne entre la 19e et la 20e valeur. $\boxed{Med_1 = 9,5 \text{ km}}$	$39/2 = 19,5$ la médiane est la 20e valeur $\boxed{Méd_2 = 9 \text{ km}}$
$38/4 = 9,5$ et $\frac{3}{4}\times38 = 28,5$	$39/4 = 9,75$ et $\frac{3}{4}\times39 = 29,25$
$Q_1 = 8,5$ km — la 10ème valeur	$Q_1 = 9$ km — 10ème valeur
$Q_3 = 10$ km — la 29ème valeur	$Q_3 = 9,5$ km — la 30ème valeur

9,75 ×12

0,75×21