Correction du devoir n° 8 - 2de

Ex 1 : $f(x) = 4 - (x-1)^2$

A) 1) $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$

2) $f(1) = 4 - (1-1)^2 = 4$

l'image de 1 par f est 4

$f(-1) = 4 - (-1-1)^2 = 4 - (-2)^2 = 4 - 4 = 0$

3) $f(x) = -5 \iff 4 - (x-1)^2 = -5 \iff 9 - (x-1)^2 = 0$

$\iff (3 + x - 1)(3 - (x-1)) = 0 \iff (2+x)(4-x) = 0$

$\iff x = -2$ ou $x = 4$

(-5) a 2 antécédents par f : -2 et 4

4) $f(x) = 4 \iff -(x-1)^2 = 0 \iff x - 1 = 0 \iff x = 1$ $S = \{1\}$

$f(x) = 5 \iff 4 - (x-1)^2 = 5 \iff -(x-1)^2 = 1$

$\iff (x-1)^2 = -1$ impossible $S = \emptyset$

5) courbe

B) 1)

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2)

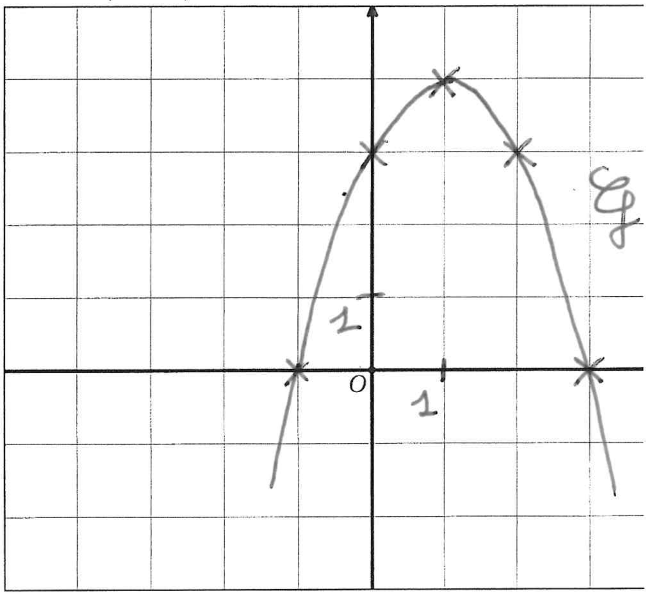
x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

3) Tableau

Devoir n°8 - Fonctions - 2nde

15 février 2017 - 1h

Exercice 1 (8 pts) : On considère la fonction $f : x \longmapsto 4-(x-1)^2$.



Partie A : /5

0,25 1. Donner l'ensemble de définition de f.

0,75 2. Déterminer les images de 1 et de -1 par f.

1,25 3. Déterminer le(s) antécédent(s) éventuel(s) de -5 par f.

1,5 4. Résoudre $f(x) = 4$ puis $f(x) = 5$.

1,25 5. Représenter $\mathcal{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-joint.

Partie B : /3

0,5 1. D'après le graphique, dresser le tableau de signes de la fonction f.

0,5 2. D'après le graphique, dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. Démontrer le sens de variation de la fonction f sur $[1;+\infty[$ en complétant le tableau ci-dessous.

2

1	$\leq$	a	$<$	b	Justification
0	$\leq$	$a-1$	$<$	$b-1$	on soustrait 1 à chaque membre
0	$\leq$	$(a-1)^2$	$<$	$(b-2)^2$	$x \mapsto x^2$ croissante sur $[0;+\infty[$
4	$\geq$	$4-(a-1)^2$	$\geq$	$4-(b-1)^2$	$x \mapsto 4-x$ fonction affine décroissante sur $\mathbb{R}$ car $-1<0$
4	$\geq$	$f(a)$	$>$	$f(b)$	f décroissante sur $[1;+\infty[$

Exercice 2 (4,5 pts) : On donne le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-7;5]$.

x	-7	-4	0	2	5
Variations de f	-3 ↗	1 ↘	-5 ↗	3 ↘	1

1 1. Quel est le minimum, le maximum de f ? le maximum est 3 atteint en $x=3$ le minimum est -5 atteint en $x=0$

2. Compléter d'après le tableau en justifiant :

1 a) $-7 \leq a < b \leq -4$ alors $-3 < f(a) < f(b) < 1$ f croissante sur $[-7;-4]$

1 b) $2 \leq a < b \leq 5$ alors $3 > f(a) > f(b) > 1$ f décroissante sur $[2;5]$

3. Compléter par $<$, $>$ ou ? si on ne peut pas savoir :

1,5

a) $f(-6) < f(-5)$ c) $f(-5) < f(3)$ e) $f(-5)\ ?\ f(-3)$

b) $f(3) > f(4)$ d) $f(-2) < 2$ f) $f(4) > 0$

Exercice 3 (7,5 pts) : On considère la fonction $g : x \longmapsto \dfrac{x+1}{2x-1}$.

0,75 1. Donner l'ensemble de définition de g.

0,75 2. Déterminer l'image de 2 par g et de $\dfrac{3}{2}$ par g.

1 3. Déterminer le(s) antécédent(s) éventuel(s) de -2 par g.

0,75 4. A l'aide de la calculatrice dresser le tableau de signes de la fonction g.

0,75 5. A l'aide de la calculatrice dresser le tableau de variations de la fonction g.

1 6. Vérifier que $g(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2(2x-1)}$.

7. Démontrer le sens de variation de la fonction g sur $]-\infty;\dfrac{1}{2}[$ en complétant le tableau ci-dessous.

2,5

a	$<$	b	$<$	$\frac{1}{2}$	Justification
$2a-1$	$<$	$2b-1$	$<$	0	$x \mapsto 2x-1$ fonction affine croissante sur $\mathbb{R}$ car $2>0$
$\dfrac{1}{2a-1}$	$>$	$\dfrac{1}{2b-1}$			$x \mapsto 1/x$ décroissante sur $]-\infty;0[$
$\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{2a-1}$	$>$	$\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{2b-1}$			$x \mapsto \frac{1}{2}+\frac{3}{2}x$ fonction affine croissante sur $\mathbb{R}$ car $3/2>0$
$g(a)$	$>$	$g(b)$			g décroissante sur $]-\infty;1/2[$

Ex 3 : $g(x) = \dfrac{x+1}{2x-1}$

1) $2x-1 = 0 \iff x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $D_g = \mathbb{R} \setminus \{ \frac{1}{2} \}$

2) $g(2) = \dfrac{2+1}{2\times 2-1} = \dfrac{3}{3} = 1$ et $g\left(\frac{3}{2}\right) = \dfrac{\frac{3}{2}+1}{2\times\frac{3}{2}-1} = \dfrac{\frac{5}{2}}{2} = \dfrac{5}{4}$

3) $g(x) = -2 \iff \dfrac{x+1}{2x-1} = -2 \iff x+1 = -2(2x-1)$

$\iff x+1 = -4x+2 \iff 5x = 1 \iff x = \frac{1}{5}$

4)

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

5)

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	

6) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2(2x-1)} = \dfrac{(2x-1)+3}{2(2x-1)} = \dfrac{2x+2}{2(2x-1)} = \dfrac{2(x+1)}{2(2x-1)}$

$= \dfrac{x+1}{2x-1} = g(x)$

7) Tableau