Correction du devoir n°1 - 2nde

Ex 1 : (E_1) $(2x-1)(6x+7)=0$

$\Leftrightarrow 2x-1=0$ ou $6x+7=0$

$\Leftrightarrow x=1/2$ ou $x=\frac{-7}{6}$

$\underline{S=\{-7/6\,;\,1/2\}}$

(E_2) : $9x^2-12x+4=0$

$\Leftrightarrow (3x-2)^2=0$

$\underline{S=\{2/3\}}$

(E_3) : $9x^2-4=0$

$\Leftrightarrow (3x-2)(3x+2)=0$

$\underline{S=\{-2/3\,;\,2/3\}}$

(E_4) $(7x-2)(3x-5)-(7x-2)(x+7)=0$

$\Leftrightarrow (7x-2)\left[(3x-5)-(x+7)\right]=0$

$\Leftrightarrow (7x-2)(2x-12)=0$

$\Leftrightarrow 7x-2=0$ ou $2x-12=0$

$\Leftrightarrow 7x=2$ ou $2x=12$

$\underline{S=\{\frac{2}{7}\,;\,6\}}$

(E_5) : $(3x+1)^2=9$

$\Leftrightarrow (3x+1)^2-9=0$

$\Leftrightarrow (3x+1+3)(3x+1-3)=0$

$\Leftrightarrow (3x+4)(3x-2)=0$

$\Leftrightarrow 3x+4=0$ ou $3x-2=0$

$\underline{S=\{\frac{-4}{3}\,;\,2/3\}}$

Ex 2 : $A(2\,;5)$ $B(-1\,;-4)$ $C(-2\,;-3)$ $D(-5\,;-3)$

1) M milieu de $[BD]$ donc $\begin{cases} x_M=\frac{x_B+x_D}{2}=\frac{-1-5}{2}=-3 \\ y_M=\frac{-4-3}{2}=-3,5 \end{cases}$ $\boxed{M(-3\,;-3,5)}$

2) Soit N le milieu de $[AC]$ alors $x_N=\frac{2-2}{2}=0$

N et M ne sont pas confondus

$[AC]$ et $[BD]$ ne se coupent pas en leur milieu

<u>donc</u> ABCD n'est pas un parallélogramme

3) E symétrique de A par rapport à M

$\Leftrightarrow$ M milieu de $[AE]$

$x_M=\frac{x_A+x_E}{2}$ | $y_M=\frac{y_A+y_E}{2}$

$\Leftrightarrow -3=\frac{2+x_E}{2}$ | $\Leftrightarrow -3,5=\frac{5+y_E}{2}$

$\Leftrightarrow -6=2+x_E$ | $\Leftrightarrow -7=5+y_E$

$\Leftrightarrow x_E=-8$ | $\Leftrightarrow y_E=-12$

$\boxed{E(-8\,;-12)}$

4) $[AE]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu M

<u>donc</u> ABED est un parallélogramme de centre M

Ex3 : $A(-3;5)$ $B(2;6)$ $C(8;2)$ $K(1;-2)$

$(O;I;J)$ orthonormé

1) figure

2) $KB^2 = 1^2 + 8^2 = 65 \Rightarrow KB = \sqrt{65}$

$KC^2 = (x_C - x_K)^2 + (y_C - y_K)^2$
$= 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$
$\Rightarrow \boxed{KC = \sqrt{65}}$

On a $KA = KB = KC$ donc K est le centre du cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle ABC.

$D(-7;-2)$ $E(9;-3)$

3) figure

4) $KD^2 = 8^2 + 0^2 = 64 \Rightarrow KD = \sqrt{64} = 8$
$KE^2 = 8^2 + 1^2 = 64 + 1 = 65 \Rightarrow KE = \sqrt{65}$

$KD \neq \sqrt{65}$ et $KE = \sqrt{65}$ donc $D \notin \mathcal{C}$ et $E \in \mathcal{C}$

Ex4 : $(O;I;J)$ repère orthonormal

$A(-5;9)$ $B(-6;1)$ $C(6;7)$ $H(-2;3)$

1) $AH^2 = (x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2$
$= 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$

$\begin{cases} AB^2 = 1^2 + 8^2 = 65 \\ BH^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \end{cases}$ $\begin{cases} AC^2 = 11^2 + 2^2 = 125 \\ CH^2 = 8^2 + 4^2 = 80 \end{cases}$

on a $AH^2 + BH^2 = AB^2$ et $AH^2 + CH^2 = AC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore les triangles ABH et ACH sont rectangles en H

2) $(AH) \perp (BH)$ et $(AH) \perp (CH)$ donc B, C, H alignés
(AH) est la hauteur issue de A dans le triangle ABC

3) $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AH$
$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{5} \times \sqrt{45}$
$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}$
$= 9 \times 5 = 45$ aire du triangle ABC

$BC = BH + HC$
$= \sqrt{20} + \sqrt{80}$
$= 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$