

Devoir n°8 - Espace - TSpé

5 février 2026 - 1h30

Exercice 1 (8 pts) : Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points :

$$A(4 ; -4 ; 4), \quad B(5 ; -3 ; 2), \quad C(6 ; -2 ; 3), \quad D(5 ; 1 ; 1)$$

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
2. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$x - y - 8 = 0.$$

3. On note d la droite passant par le point D et orthogonale au plan (ABC).
 - a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d .
 - b) On note H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC). Déterminer les coordonnées du point H.
 - c) Montrer que $DH = 2\sqrt{2}$.
4. a) Montrer que le volume de la pyramide ABCD est égal à 2.
 - b) On admet que l'aire du triangle BCD est égale à $\frac{\sqrt{42}}{2}$.
En déduire la valeur exacte de la distance du point A au plan (BCD).

Exercice 2 (7 pts) : Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère la droite (d) dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x &= 3 - 2t \\ y &= -1 \\ z &= 2 - 6t \end{cases}, \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

On considère également les points suivants :

- A(3 ; -3 ; -2)
- B(5 ; -4 ; -1)
- C le point de la droite (d) d'abscisse 2
- H le projeté orthogonal du point B sur le plan $\mathcal{P}$ d'équation $x + 3z - 7 = 0$

Affirmation 1 : La droite (d) et l'axe des ordonnées sont deux droites non coplanaires.

Affirmation 2 : Le plan passant par A et orthogonal à la droite (d) a pour équation cartésienne :

$$x + 3z + 3 = 0$$

Affirmation 3 : Une mesure, exprimée en radian, de l'angle géométrique $\widehat{BAC}$ est $\frac{\pi}{6}$.

Affirmation 4 : La distance BH est égale à $\frac{\sqrt{10}}{2}$.