

Devoir n°2 - Suites - TSpé maths

6 octobre 2025 - 50 min

Exercice 1 (6 pts) : Déterminer les limites des suites suivantes :

$$u_n = n^3 - 3n^2 + 5, (n \in \mathbb{N})$$

$$v_n = \frac{3n^2 + 4}{2 - 2n^2}, (n \in \mathbb{N}, n \neq 1)$$

$$w_n = (5 + (-1)^n)\left(\frac{3}{4}\right)^n, (n \in \mathbb{N})$$

Exercice 2 (14 points) : Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n , par :

$$u_{n+1} = 5u_n - 4n - 3.$$

1. a) Montrer que $u_1 = 12$.
b) Déterminer u_2 en détaillant le calcul.
2. a) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n \geq n + 1$.
b) En déduire la limite de la suite (u_n) .
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - n - 1$.
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.
Donner sa raison et son premier terme v_0 .
 - b) En déduire, pour tout entier naturel n , l'expression de v_n en fonction de n , et vérifier que

$$u_n = 2 \times 5^n + n + 1$$

- c) En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .
4. On considère la fonction ci-contre, écrite de manière incomplète en langage Python et destinée à renvoyer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 10^7$.
 - a) Recopier le programme et compléter les deux instructions manquantes.
 - b) Quelle est la valeur renvoyée par cette fonction ?

```
def suite() :  
    u = 3  
    n = 0  
    while ... :  
        u = ...  
        n = n + 1  
    return n
```