

Devoir n°13 - Espace - TSpé

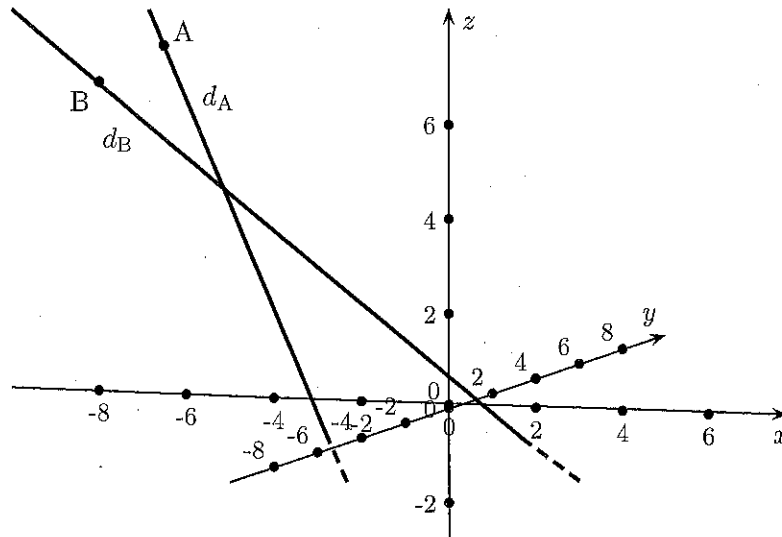
14 mai 2026 - 55 min

Deux avions sont en approche d'un aéroport.

On munit l'espace d'un repère orthonormé $O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ dont l'origine O est le pied de la tour de contrôle, et le sol est le plan P_0 d'équation $z = 0$.

L'unité des axes correspond à 1 km.

On modélise les avions par des points.



L'avion Alpha transmet à la tour sa position en $A(-7; 1; 7)$ et sa trajectoire est dirigée par le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

L'avion Bêta transmet une trajectoire définie par la droite d_B passant par le point B dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = -11 + 5t \\ y = -5 + t \\ z = 11 - 4t \end{cases} \text{ où } t \text{ décrit } \mathbb{R}$$

1. S'il ne dévie pas de sa trajectoire, déterminer les coordonnées du point S en lequel l'avion Bêta touchera le sol.
2. a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d_A caractérisant la trajectoire de l'avion Alpha.
b) Les deux avions peuvent-ils entrer en collision ?
3. a) Démontrer que l'avion Alpha passe par la position $E(-3; -1; 1)$.
b) Justifier qu'une équation cartésienne du plan P_E passant par E et perpendiculaire à la droite d_A est :

$$2x - y - 3z + 8 = 0.$$

- c) Vérifier que le point $F(-1; -3; 3)$ est le point d'intersection du plan P_E et de la droite d_B .
- d) Calculer la valeur exacte de la distance EF , puis vérifier que cela correspond à une distance de 3 464 m, à 1 m près.
4. La réglementation aérienne stipule que deux avions en approche doivent être à tout instant à au moins 3 milles nautiques l'un de l'autre (1 mille nautique vaut 1 852 m).
Si les avions Alpha et Bêta sont respectivement en E et F au même instant, leur distance de sécurité est-elle respectée ?

$$1) \begin{cases} x = -11 + 5t \\ y = -5 + t \\ z = 11 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$P_0: z = 0$$

$$z = 0 \Leftrightarrow 11 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{4}$$

$$x = -11 + \frac{55}{4} = \frac{11}{4}$$

$$y = -5 + \frac{11}{4} = -\frac{9}{4}$$

S'il ne dévie pas
d'avion Bêta
touchera le sol
en S $(\frac{11}{4}; -\frac{9}{4}; 0)$

$$2) \text{ a) } d_A \text{ passe par } A(-7; 1; 7) \text{ de vecteur directeur } \vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ donc } (d_A): \begin{cases} x = -7 + 2k \\ y = 1 - k \\ z = 7 - 3k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$\text{b) } \begin{cases} -11 + 5t = -7 + 2k \\ -5 + t = 1 - k \\ 11 - 4t = 7 - 3k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2t + 7t = -5 & 2L_2 + L_1 \\ -5 + t = 1 - k \\ 11 - 4t = 7 - 3k \end{cases}$$

Le système
n'admet pas
de solution:

(d_A) et (d_B) ne se
coupent pas
donc les avions ne
peuvent entrer en
collision.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{16}{7} \\ k = \frac{26}{7} \\ 11 - 4 \times \frac{16}{7} = 7 - 3 \times \frac{26}{7} \end{cases} \text{ non vérifié}$$

$$3) \text{ a) } E(-3; -1; 1) \begin{cases} -7 + 2k = -3 \\ 1 - k = -1 \\ 7 - 3k = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -7 + 2 \times 2 = -3 \\ k = 2 \\ 7 - 3 \times 2 = 1 \end{cases} \text{ vérifié}$$

Donc l'avion Alpha
passe par la position
 $E(-3; -1; 1)$

$$\text{b) } P_E \text{ est le plan perpendi-} \\ \text{culaire à } d_A \text{ donc} \\ \vec{u} \text{ est un vecteur normal} \\ \text{à } P_E; \text{ alors}$$

$$P_E: 2x - y - 3z + d = 0$$

$$E \in P_E \Leftrightarrow -6 + 1 - 3 + d = 0$$

$$\Leftrightarrow d = 8$$

Donc $2x - y - 3z + 8 = 0$
est bien une équation
cartésienne de P_E

c) $F(-1; -3; 3)$ $2 \times (-1) - (-3) - 3 \times 3 + 8 = -2 + 3 - 9 + 8 = 0$
 donc $F \in P_E$

$$\begin{cases} -11 + 5t = -2 \\ -5 + t = -3 \\ 11 - 4t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -11 + 10 = -2 \\ t = 2 \\ 11 - 8 = 3 \text{ vérifié} \end{cases}$$
 Donc $F \in d_B$

Donc F est bien l'intersection de d_B et P_E

d) $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $EF^2 = 4 + 4 + 4 = 12 \Leftrightarrow EF = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 $EF \approx 3,464 \text{ km}$ l'unité est de 1 km
 $\approx 3464 \text{ m}$

4) 1 mille maritime = 1852 m

$\frac{EF}{1852} = \frac{3464}{1852} \approx 1,97$ c'est inférieur à 3!
 mille maritime

Donc si les avions Alpha et Bêta sont respectivement en E et F, la distance de sécurité n'est pas respectée.