

Partie A: 1) autre (13,5)

$$2) \underline{P(B \cap S)} = P(B) \times P_B(S) = 0,15 \times 0,8 = 0,12 \quad 95$$

$$3) \underline{P(C \cap \bar{S})} = 0,65 \times 0,15 = 0,0975 \quad 95$$

La probabilité que la connexion soit instable et passe par le serveur C est de

4) D'après la loi des probabilités totales

$$\begin{aligned} \underline{P(S)} &= P(A \cap S) + P(B \cap S) + P(C \cap S) \\ &= 0,25 \times 0,9 + 0,12 + 0,60 \times 0,85 \\ &= \dots + 0,12 + \dots \\ &= 0,855 \end{aligned} \quad 975$$

$$5) \underline{P_S(B)} = \frac{P(B \cap S)}{P(S)} = \frac{0,12}{0,855} \approx 0,140 \quad 975$$

Partie B: (16,5)

1) @ on reconnaît un schéma de Bernoulli de paramètres $n=50$ et $p=0,145 = P(\bar{S})$. Toutes les connexions sont indépendantes donc X suit la loi binomiale $B(50; 0,145)$ 975

$$b) \underline{P(X=2)} = \binom{50}{2} \times 0,145^2 \times (1-0,145)^{48} \approx 0,014 \quad 95$$

$$c) \underline{P(X \leq 8)} = P(X=0) + P(X=1) + \dots + P(X=7) + P(X=8) \approx 0,704 \quad 95$$

$$2) \underline{X_m \sim B(m; 0,145)}$$

$$a) P(X_m > 1) = 1 - P(X_m = 0) = 1 - (1 - 0,145)^m = 1 - 0,855^m = P_m \quad 95$$

$$b) P(X_m > 1) \geq 0,99$$

$$\Leftrightarrow P_m \geq 0,99$$

$$\Leftrightarrow 1 - 0,855^m \geq 0,99$$

$$\Leftrightarrow 0,01 \geq 0,855^m$$

$$\Leftrightarrow \ln(0,01) \geq \ln(0,855^m)$$

$$\Leftrightarrow \ln(0,01) \geq m \ln(0,855)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,855)} \leq m$$

car $\ln$ strictement croissant sur $]0; 1[$

$$(\ln(0,855) < 0)$$

$$\text{or } \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,855)} \approx 29,4$$

Il faut un échantillon d'au moins 30 connexions

3) $F_m = \frac{X_m}{m}$ fréquence de connexions instables

a) $E(F_m) = E\left(\frac{X_m}{m}\right) = \frac{1}{m} E(X_m)$ par linéarité

or $E(X_m) = m \times 0,145$ donc $E(F_m) = \boxed{0,145}$ 9,35

b) on admet que $V(F_m) = \frac{0,123\ 975}{m}$

d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev
 $P(|X - E(X)| \geq \delta) \leq \frac{V(X)}{\delta^2}$ pour $\delta > 0$

en appliquant, on obtient

$$P(|F_m - 0,145| \geq 0,1) \leq \frac{0,123\ 975}{0,1^2 \times m}$$

$$\text{or } \frac{0,123\ 975}{0,1^2 \times m} = \frac{12,3975}{m} \text{ et } 12,3975 \leq 125$$

donc $P(|F_m - 0,145| \geq 0,1) \leq \boxed{\frac{125}{m}}$ 1,8

c) pour $m = 1000$

$$P(|F_{1000} - 0,145| \geq 0,1) \leq \frac{125}{1000} \text{ soit } P(|F_{1000} - 0,145| \geq 0,1) \leq 0,125$$

$$F_{1000} = 0,3 \text{ on a } 0,3 - 0,145 = 0,155$$

$$\text{et } 0,155 > 0,1$$

∴ la probabilité est très faible ($\leq 0,125$)

Donc on peut soupçonner un dysfonctionnement des serveurs