

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ
SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

Jour 2

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

Exercice 1

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Remplir la feuille annexe selon les modalités expliquées ci-dessous :

- **Ne pas oublier d'écrire nom, prénom et groupe de spécialité dans le cadre et de noircir le code personnel.**
- Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
- Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève aucun point.
- Noircir proprement, pour chaque question, la case correspondant à la bonne réponse. En cas d'erreur, effacer à l'aide de blanc correcteur en couvrant la case cochée par erreur. Dans ce cas, ne pas reconstituer la case effacée, cela pourrait être considéré comme une bonne réponse.
- **L'annexe est à rendre avec la copie.**

Exercice 2

6 points

Un médicament est administré à un patient par voie intraveineuse.

Partie A - Modèle discret de la quantité médicamenteuse

Après une première injection de 1 mg de médicament, le patient est placé sous perfusion.

On estime que, toutes les 30 minutes, l'organisme du patient élimine 10 % de la quantité de médicament présente dans le sang et qu'il reçoit une dose supplémentaire de 0,25 mg de la substance médicamenteuse.

On étudie l'évolution de la quantité de médicament dans le sang avec le modèle suivant :

pour tout entier naturel n , on note u_n la quantité, en mg, de médicament dans le sang du patient au bout de n périodes de trente minutes. On a donc $u_0 = 1$.

1. Calculer la quantité de médicament dans le sang au bout d'une demi-heure.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 0,25$.
3. a) Montrer par récurrence sur n que, pour tout entier naturel n , $u_n \leq u_{n+1} < 5$.
b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
4. On estime que le médicament est réellement efficace lorsque sa quantité dans le sang du patient est supérieure ou égale à 1,8 mg.
a) Recopier et compléter le script écrit en langage Python suivant de manière à déterminer au bout de combien de périodes de trente minutes le médicament commence à être réellement efficace.

```
1 def efficace():
2     u = 1
3     n = 0
4     while .....:
5         u = .....
6         n = n + 1
7     return n
```

- b) Quelle est la valeur renvoyée par ce script? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = 2,5 - u_n$.
a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0 .

- b) Montrer que, pour tout entier naturel n , $u_n = 2,5 - 1,5 \times 0,9^n$.
- c) Le médicament devient toxique lorsque sa quantité présente dans le sang du patient dépasse 3 mg.
- D'après le modèle choisi, le traitement présente-t-il un risque pour le patient ? Justifier.

Partie B - Modèle continu de la quantité médicamenteuse

Après une injection initiale de 1 mg de médicament, le patient est placé sous perfusion.

Le débit de la substance médicamenteuse administrée au patient est de 0,5 mg par heure.

La quantité de médicament dans le sang du patient en mg, en fonction du temps, est modélisée par la fonction f , définie sur $[0 ; +\infty[$, par :

$$f(t) = 2,5 - 1,5e^{-0,2t}$$

où t désigne la durée de la perfusion exprimée en heure.

On rappelle que ce médicament est réellement efficace lorsque sa quantité dans le sang du patient est supérieure ou égale à 1,8 mg.

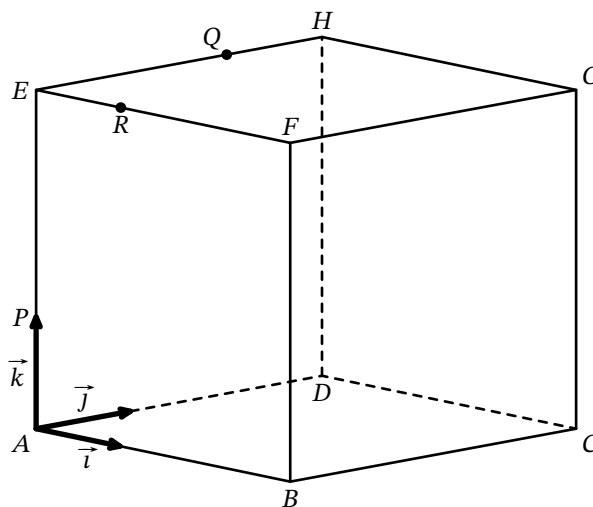
1. Le médicament est-il réellement efficace au bout de 3 h 45 min ?
2. Selon ce modèle, déterminer au bout de combien de temps le médicament devient réellement efficace.
3. Comparer le résultat obtenu avec celui obtenu à la question 4.b) du modèle discret de la Partie A.

Exercice 3

4 points

Le solide $ABCDEFGH$ est un cube. On se place dans le repère orthonormé $(A ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ de l'espace dans lequel les coordonnées des points B , D et E sont :

$$B(3;0;0), \quad D(0;3;0) \quad \text{et} \quad E(0;0;3)$$



On considère de plus les points $P(0;0;1)$, $Q(0;2;3)$ et $R(1;0;3)$.

1. Montrer que le triangle PQR est isocèle en R .
2. Justifier que les points P , Q et R définissent un plan.

3. On s'intéresse à présent à la distance entre le point E et le plan (PQR) .

- Montrer que le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est normal au plan (PQR) .
 - En déduire une équation cartésienne du plan (PQR) .
 - Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point E et orthogonale au plan (PQR) .
 - Montrer que le point $L \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{8}{3} \right)$ est le projeté orthogonal du point E sur le plan (PQR) .
 - Déterminer la distance entre le point E et le plan (PQR) .
4. En choisissant le triangle EQR comme base, montrer que le volume du tétraèdre $EPQR$ est $\frac{2}{3}$.
5. Trouver, à l'aide des deux questions précédentes, l'aire du triangle PQR .

Exercice 4

5 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

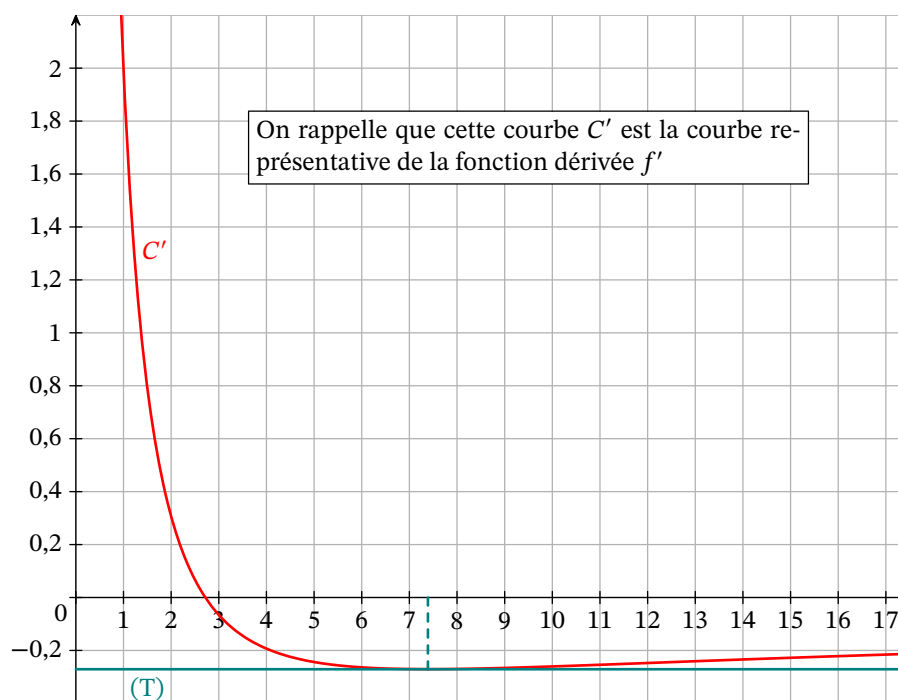
$$f(x) = (2 - \ln(x)) \times \ln(x)$$

où $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $]0; +\infty[$.

On note C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal et C' la courbe représentative de la fonction f' , fonction dérivée de la fonction f .

La **courbe** C' est donnée ci-dessous ainsi que son unique tangente horizontale (T) .



1. Par lecture graphique, avec la précision que permet le tracé ci-dessus, donner :

- le coefficient directeur de la tangente à C au point d'abscisse 1.
- le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

2. a) Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$.
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.
3. Montrer que la courbe C coupe l'axe des abscisses en deux points exactement dont on précisera les coordonnées.
4. a) Montrer que pour tout réel x appartenant à $]0 ; +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{2(1 - \ln(x))}{x}$$

- b) En déduire, en justifiant, le tableau de variations de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$.
5. On note f'' la dérivée seconde de f et on admet que pour tout réel x appartenant à $]0 ; +\infty[$:

$$f''(x) = \frac{2(\ln(x) - 2)}{x^2}$$

Déterminer par le calcul le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est convexe et préciser les coordonnées du point d'inflexion de la courbe C .