

# Devoir n°9 - Géométrie - 3ème

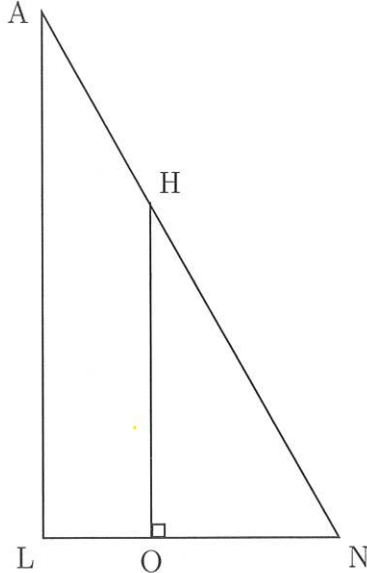
11 mars 2025 - 20 min

## Exercice 1 (10 pts) :

On considère la figure ci-contre. On donne les mesures suivantes :

- $AN = 13 \text{ cm}$
- $LN = 54 \text{ cm}$
- $AL = 12 \text{ cm}$
- $ON = 3 \text{ cm}$
- $O$  appartient au segment  $[LN]$
- $H$  appartient au segment  $[NA]$

Cette figure n'est pas à l'échelle.



1. Montrer que le triangle  $LNA$  est rectangle en  $L$ .
2. Montrer la longueur  $OH$
3. Justifier que les triangles  $LNA$  et  $ONH$  sont-ils semblables.
4. a) Quelle est la transformation qui transforme le triangle  $LNA$  au triangle  $ONH$  ?  
b) Quelle proportion de l'aire du triangle  $LNA$  représente l'aire du triangle  $ONH$  ?

**Exercice 2 (Bonus) :** Soit l'expression  $A = (2x - 3)^2 - 25$ .

1. Développer et réduire  $A$ .
2. Factoriser  $A$ .
3. Résoudre l'équation  $A = 0$

$$\begin{aligned}
 1) \quad A &= (2x-3)^2 - 25 \\
 &= (2x-3)(2x-3) - 25 \\
 &= 4x^2 - 6x - 6x + 9 - 25 \\
 &= \underline{4x^2 - 12x - 16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad A &= (2x-3)^2 - 5^2 \\
 &= (2x-3+5)(2x-3-5) \\
 &= \underline{(2x+2)(2x-8)} \\
 &= 2(x+1) \times 2(x-4) \\
 &= \underline{4(x+1)(x-4)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad A &= 0 \\
 (2x+2)(2x-8) &= 0 \\
 2x+2 &= 0 \text{ ou } 2x-8 = 0 \\
 x &= \frac{-2}{2} \text{ ou } x = \frac{8}{2} \\
 x &= -1 \text{ ou } x = 4 \\
 S &= \underline{\{-1; 4\}}
 \end{aligned}$$

Ex 1 : 1)  $\begin{cases} LN^2 + LA^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 \\ AN^2 = 13^2 = 169 \end{cases}$

ona  $LN^2 + LA^2 = AN^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore  
le triangle LNA est rectangle en L. 3/

2)  $\begin{cases} (AL) \perp (LN) \\ (HO) \perp (LN) \end{cases}$  si deux droites sont perpendiculaires à la même droite, alors elles sont parallèles entre elles  
donc  $(AL) \parallel (HO)$  1

• (AH) et (LO) se coupent en N

Donc d'après le théorème de Thalès

$$\frac{NH}{NA} = \frac{NO}{NL} = \frac{OH}{AL} \quad \text{donc} \quad \frac{3}{5} = \frac{OH}{12}$$

et  $OH = \frac{3 \times 12}{5} = \frac{36}{5} = 7,2 \text{ cm}$  3

3)  $\begin{cases} \widehat{ALN} = \widehat{HON} = 90^\circ \\ \widehat{ANL} = \widehat{HNO} \end{cases}$  Les triangles LNA et ONH ont deux angles égaux  $20^\circ$   
donc ils sont semblables. 1

4) a) Le triangle ONH est l'image du triangle LNA par l'homothétie de centre N de rapport  $3/5$  (d'après 2) 1

b)  $CA_{ONH} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 CA_{LNA} = \frac{9}{25} CA_{LNA}$

donc l'aire du triangle ONH représente  $9/25$  de l'aire du triangle LNA 1