

Devoir n°5 - Calcul littéral - Géométrie - 3ème

13 janvier 2025 - 55 min

Exercice 1 (6,5 pts) :

1. Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = (x - 6)(2x - 3); \quad B = \left(\frac{4}{5}x + \frac{1}{6}\right)\left(\frac{4}{5}x - \frac{1}{6}\right)$$

2. Factoriser les expressions suivantes

$$C = (7x - 8)(3x - 5) - (2x + 7)(7x - 8); \quad D = \frac{4}{9}x^2 - 16$$

3. Résoudre les équations suivantes

$$(1) \frac{5}{3}x - 1 = \frac{3}{4} - 2x; \quad (2) (3x + 6)(9 + 2x) = 0; \quad (3) (x + 1)^2 - 9x^2 = 0$$

Exercice 2 (4,5 pts) :

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisis un nombre.
- Soustrais 6.
- Multiplie la différence obtenue par le nombre choisi au départ.
- Ajoute 9 à ce produit.
- Ecris le résultat.

1. Calculer (en détaillant) le résultat obtenu lorsque le nombre choisi est 7. Recommencer avec -3.
2. Montrer que, si on choisit x comme nombre de départ, le résultat obtenu s'écrit $(x - 3)^2$.
3. On souhaite que le résultat soit 25. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ ?

Exercice 3 (6 pts) :

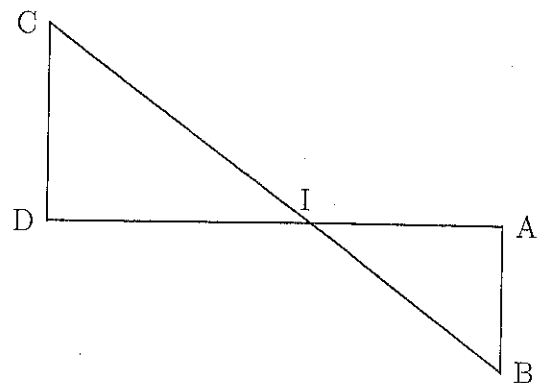
On donne :

$$AI = 8 \text{ cm}; IB = 10 \text{ cm}; IC = 14 \text{ cm};$$

$$ID = 11,2 \text{ cm et } AB = 6 \text{ cm.}$$

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

1. Montrer que le triangle IAB est rectangle en A .
2. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
3. Quelle est la nature du triangle IDC ? Justifier.



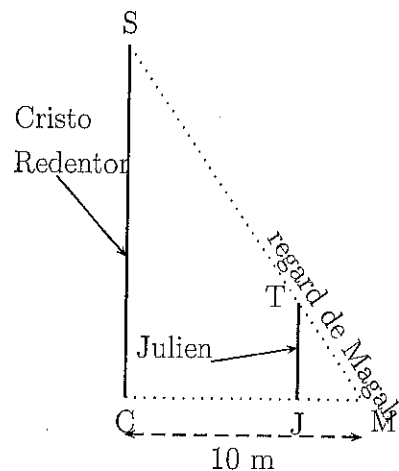
Exercice 4 (3 pts) :

Cristo Redentor, symbole brésilien, est une grande statue dominant la ville de Rio qui s'érige au sommet du mont Corcovado.

Au pied du monument, Julien et Magali souhaitent mesurer la hauteur de la statue (socle compris). Julien qui mesure 1,90 m, se place debout à quelques mètres devant la statue.

Magali place le regard au niveau du sol de telle manière qu'elle voit le sommet du Cristo (S) et celui de la tête de Julien (T) alignés; elle se situe alors à 10 m de la statue et à 50 cm de Julien.

La situation est modélisée ci-dessous par la figure qui n'est pas à l'échelle.



Déterminer la hauteur SC de la statue, en supposant que le monument et Julien sont perpendiculaires au sol.

Ex 1:

$$1) A = (x-6)(2x-3) \\ = 2x^2 - 3x - 12x + 18 \\ = \underline{2x^2 - 15x + 18} \quad \text{qts}$$

$$B = \left(\frac{4}{3}x + \frac{1}{6}\right) \left(\frac{4}{3}x - \frac{1}{6}\right) \\ \text{qts} = \left(\frac{4}{3}x\right)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^2 \\ = \frac{16}{9}x^2 - \frac{1}{36}$$

$$2) C = (7x-8)(3x-5) - (2x+7)(7x-8) \\ = (7x-8)[(3x-5) - (2x+7)] \\ = (7x-8)(3x-5-2x-7) \\ = (7x-8)(x-12) \quad \text{1}$$

$$D = \frac{4}{9}x^2 - 16 \\ = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 - 4^2 \\ = \underline{\left(\frac{2}{3}x+4\right)\left(\frac{2}{3}x-4\right)}$$

$$3) \frac{5}{3}x - 1 = \frac{3}{4} - 2x \\ \frac{5}{3}x + 2x = \frac{3}{4} + 1 \\ \frac{5}{3}x + \frac{6}{3}x = \frac{3}{4} + \frac{4}{4}$$

$$(3x+6)(9+2x) = 0 \quad \text{qts} \\ 3x+6 = 0 \text{ ou } 9+2x = 0 \\ 3x = -6 \text{ ou } 2x = -9 \\ x = -2 \text{ ou } x = \frac{-9}{2}$$

$$\frac{11}{3}x = \frac{7}{4} \\ 11x \times 4 = 7 \times 3 \\ x = \frac{21}{44}$$

$$S = \left\{-2; \frac{-9}{2}\right\} \quad \text{1,25}$$

$$S = \left\{\frac{21}{44}\right\} \quad \text{1}$$

$$(x+1)^2 - 9x^2 = 0 \\ [(x+1)+3x][(x+1)-3x] = 0 \\ (4x+1)(1-2x) = 0 \\ 4x+1 = 0 \text{ ou } 1-2x = 0 \\ 4x = -1 \text{ ou } -2x = -1 \\ x = -\frac{1}{4} \text{ ou } x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right\}$$

Ex 2: 1) $(7-6) \times 7 + 9 = 1 \times 7 + 9 = \underline{16}$

$(-3-6) \times (-3) + 9 = -9 \times (-3) + 9 = 27 + 9 = \underline{36}$

$$2) (x-6) \times x + 9 = x^2 - 6x + 9 \\ (x-3)^2 = (x-3)(x-3) \\ = x^2 - 3x - 3x + 9 \\ = x^2 - 6x + 9$$

Le résultat
s'écrit bien
 $x^2 - 6x + 9$

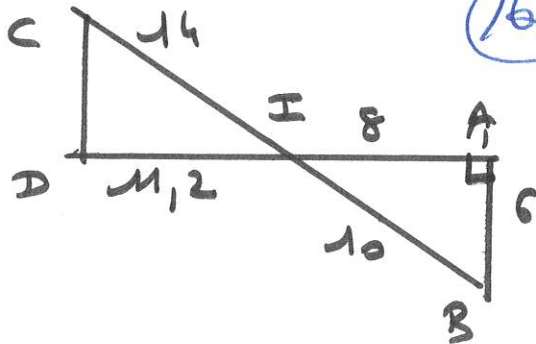
ou $\underline{(x-3)^2}$

1,5

$$\begin{aligned}
 3) \quad x^2 - 6x + 9 &= 25 \\
 (x-3)^2 &= 25 \\
 (x-3)^2 - 25 &= 0 \\
 (x-3+5)(x-3-5) &= 0 \\
 (x+2)(x-8) &= 0 \\
 x+2=0 \text{ ou } x-8=0 \\
 x &= -2 \text{ ou } x=8 \Rightarrow
 \end{aligned}$$

Pour obtenir 25
il faut soit
-2 ou 8
au départ.

Ex 3:



1) $AI^2 + AB^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$
et $IB^2 = 10^2 = 100$
on a $IB^2 = AI^2 + AB^2$ 25
D'après la réciproque du
théorème de Pythagore
le triangle ABI est rectangle
en A.

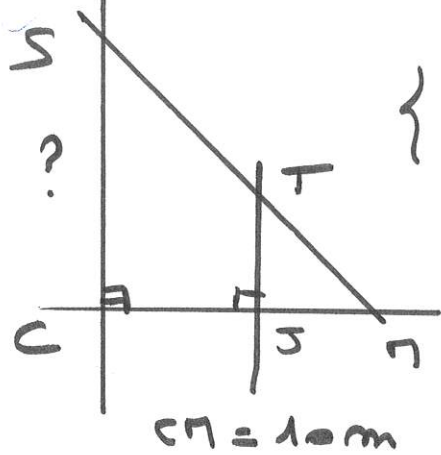
2) Les points B, I, C d'une part, et les points
A, I, B d'autre part, sont alignés dans
le même ordre

$$\bullet \frac{IC}{IB} = \frac{14}{10} = 1,4 \text{ et } \frac{ID}{IA} = \frac{11,2}{8} = 1,4 \quad 3$$

$$\boxed{\frac{IC}{IB} = \frac{ID}{IA}} \quad \text{D'après la réciproque du} \\ \text{théorème de Thalès } \underline{(CD) \parallel (AB)}$$

3) Si deux droites sont parallèles,
toute perpendiculaire à l'une est
perpendiculaire à l'autre 2
 $(CD) \parallel (AB) \mid$ donc $(CD) \perp (AI)$ (confondue
avec (ID))
 $(AB) \perp (AI) \mid$ donc IDC est un
triangle rectangle en D.

Ex 4 :



$$\begin{cases} TJ = 1,90 \text{ m} \\ JM = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m} \end{cases}$$

(1/3)

$$\begin{cases} \widehat{TMS} = \widehat{SMC} \\ \widehat{TJM} = \widehat{SCM} = 90^\circ \end{cases}$$

Les triangles SCN et TSM
sont semblables puisqu'ils
ont 2 angles de même mesure

Alors les longueurs de leurs côtés sont propor-
tionnelles.

$$\frac{MJ}{MC} = \frac{TJ}{SC} \text{ donc } \frac{0,5}{10} = \frac{1,90}{SC} \quad SC = \frac{10 \times 1,90}{0,5}$$
$$\boxed{SC = 38 \text{ m}}$$

Ex Bonus: $G = (1-2x)^2 - 25x^2$

$$\begin{aligned} 1) \quad G &= (1-2x)(1-2x) - 25x^2 \\ &= 1 - 2x - 2x + 4x^2 - 25x^2 \\ &= \underline{1 - 4x - 21x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad G &= [(1-2x) + 5x][(1-2x) - 5x] \\ &= \underline{(1+3x)(1-7x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad G &= 0 \\ (1+3x)(1-7x) &= 0 \\ 1+3x &= 0 \text{ ou } 1-7x = 0 \\ 3x &= -1 \text{ ou } -7x = -1 \\ x &= \underline{\underline{-\frac{1}{3}}} \text{ ou } x = \underline{\underline{\frac{1}{7}}} \end{aligned}$$

$$\underline{S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{1}{7} \right\}}$$

4) pour $x=2$

$$\begin{aligned} G &= 1 - 4 \times 2 - 21 \times 2^2 \\ &= 1 - 8 - 21 \times 4 \\ &= -7 - 84 \\ &= \underline{\underline{-91}} \end{aligned}$$

pour $x=-2$

$$\begin{aligned} G &= (1-3) \times (1+7) \\ &= -2 \times 7 \\ &= \underline{\underline{-14}} \end{aligned}$$