

Exercice de Brevet - 3ème

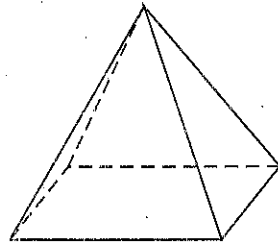
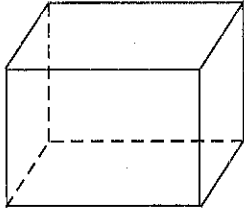
1 mars 2023 - 15 min

Pour fêter les 25 ans de sa boutique, un chocolatier souhaite offrir aux premiers clients de la journée une boîte contenant des truffes au chocolat.

1. Il a confectionné 300 truffes : 125 truffes parfumées au café et 175 truffes enrobées de noix de coco. Il souhaite fabriquer ces boîtes de sorte que :
- Le nombre de truffes parfumées au café soit le même dans chaque boîte ;
 - Le nombre de truffes enrobées de noix de coco soit le même dans chaque boîte ;
 - Toutes les truffes soient utilisées.
- a) Décomposer 125 et 175 en produit de facteurs premiers.
b) En déduire la liste des diviseurs communs à 125 et 175.
c) Quel nombre maximal de boîtes pourra-t-il réaliser ?
d) Dans ce cas, combien y aura-t-il de truffes de chaque sorte dans chaque boîte ?

L'évaluation s'arrête ICI!

2. Le chocolatier souhaite fabriquer des boîtes contenant 12 truffes. Pour cela, il a le choix entre deux types de boîtes qui peuvent contenir les 12 truffes, et dont les caractéristiques sont données ci-dessous :

Type A	Type B
	
Pyramide à base carrée de côté 4,8 cm et de hauteur 5 cm	Pavé droit de longueur 5 cm, de largeur 3,5 cm et de hauteur 3,5 cm

Dans cette question, chacune des 12 truffes est assimilée à une boule de diamètre 1,5 cm.

À l'intérieur d'une boîte, pour que les truffes ne s'abîment pas pendant le transport, le volume occupé par les truffes doit être supérieur au volume non occupé par les truffes.

Quel(s) type(s) de boîte le chocolatier doit-il choisir pour que cette condition soit respectée ?

Rappels :

Le volume d'une boule de rayon r est : $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

Le volume d'une pyramide est : $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

Le volume d'un pavé droit est : longueur \times largeur \times hauteur

$$\begin{array}{r|l}
 125 & 5 \\
 25 & 5 \\
 5 & 5 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 175 & 5 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{cases}
 125 = 5^3 \\
 175 = 5^2 \times 7
 \end{cases}$$

Diviseurs communs de 125 et 175: 1, 5 et 25 ($5^2 = 25$)

Le plus grand diviseur commun est 25

Donc le chocolatier pourra réaliser 25 boîtes maximum.

$$125 = 5 \times 25$$

$$175 = 7 \times 25$$

Chaque boîte contiendra 5 truffes au café et 7 truffes à la noix de coco.

Il y a 12 truffes par boîte

volume d'une truffe: $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

$d = 1,5 \text{ cm}$
avec $r = \frac{d}{2} = 0,75 \text{ cm}$

pour 12 truffes

$$V = 12 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 0,75^3 = 6,75 \times \pi = 21,21 \text{ cm}^3$$

Boîte type A: $A = \frac{1}{3} \times 4,8^2 \times 5 = 38,4 \text{ cm}^3$

Boîte type B: $B = 5 \times 3,5 \times 3,5 = 61,25 \text{ cm}^3$

$$38,4 - 21,21 = 17,19 \quad (< 21,21)$$

$$61,25 - 21,21 = 40,04 \quad (> 21,21)$$

Le chocolatier doit choisir les boîtes de type A