

Correction du devoir n°2 - 3ème

Ex1: 1) $360 = 22 \times 16 + 8$

Il faut 17 étapes pour manger les 360 livres

2) $22 - 8 = 14$ Il manque 14 livres pour compléter la 17ème étape

Ex2: 1)

132		2
66		2
33		3
11		11
1		1

390		2
195		3
65		5
13		13
1		1

$$132 = 2^2 \times 3 \times 11$$

$$390 = 2 \times 3 \times 5 \times 13$$

2) $\frac{390}{132} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 13}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{5 \times 13}{2 \times 11} = \frac{65}{22}$

Ex3: 1) Laura veut utiliser tous les bonbons

$$42 = 6 \times 7$$

$$60 = 7 \times 8 + 4$$

Il restera 4 bonbons au citron.

Donc Laura ne peut pas faire 7 paquets.

2) On cherche les diviseurs communs de 42 et 60; on veut le maximum de paquets

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$60 = 6 \times 10 = 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$$

Le plus grand diviseur commun de 42 et 60 est $2 \times 3 = 6$

$$42 = 6 \times 7$$

$$60 = 6 \times 10$$

Laura réalisera au maximum 6 paquets identiques avec chacun 7 bonbons à la fraise et 10 au citron

Ex 4: $\begin{cases} 15 = 3 \times 5 \\ 21 = 3 \times 7 \end{cases}$ le plus petit multiple commun de 15 et 21 est $15 \times 7 = 5 \times 21 = 105$

Les deux montres recommencent à nouveau ensemble au bout de 105 h.

$105 = 24 \times 4 + 9$ Au bout de 4 jours et 9 h donc le 5 octobre à 09h30

Ex 5: Soit n le nombre de marches:
 $40 \leq n \leq 80$

$n = 2 \times q + 1$ donc n est impair

$n = 3 \times q' + 2$
 $n = 5 \times q'' + 4$ } donc n précède un multiple de 3 et de 5 entre 40 et 80

45 \rightarrow ~~44~~ pair

60 \rightarrow $\begin{cases} 59 = 3 \times 19 + 2 \\ 59 = 5 \times 11 + 4 \end{cases}$

Il y a

59 marches

75 \rightarrow ~~74~~ pair

Ex 6: Bonus a, b, p, q entiers positifs

1) $\begin{cases} a = 2p \text{ (P)} \\ b = 2q \text{ (P)} \end{cases}$ $a = 2p + 1 \text{ (I)}$ $a = 2p \text{ (P)}$
 $\begin{cases} b = 2q \text{ (P)} \\ a + b = 2p + 2q = 2(p + q) \end{cases}$ $b = 2q + 1 \text{ (I)}$ $b = 2q + 1 \text{ (I)}$
 $a + b = 2p + 2q + 2 = 2(p + q + 1)$ $a + b = 2p + 2q + 1 = 2(p + q) + 1$
Pair Pair Impair

2) $a \times b = 2p \times 2q = 2(2pq)$ $a \times b = (2p + 1)(2q + 1) = 4pq + 2p + 2q + 1 = 2(2pq + p + q) + 1$ $a \times b = 2p(2q + 1) = 2 \times p(2q + 1)$
Pair Impair Pair