Test n°6 - Dérivation - 1ère spé maths

15 novembre 2022 - 30 min

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer sa fonction dérivée, son signe, et en déduire le sens de variation de la fonction.

$f_1(x) = 4x^3 - 5x^2 + 3x - 1$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

/11

$f_2(x) = \frac{2}{x^5} + \frac{1}{x}$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$

$f_3(x) = \frac{6x+1}{5x-3}$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{\frac{3}{5}\}$

$f_4(x) = (1-4x)^7$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

$f_5(x) = \frac{x^2-4x+8}{2x-5}$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{\frac{5}{2}\}$

$f_6(x) = 3x^2\sqrt{x}$ définie sur $[0;+\infty[$ et dérivable sur $]0;+\infty[$

$f_1(x) = 4x^3 - 5x^2 + 3x - 1$ sur $\mathbb{R}$

$f_1'(x) = 12x^2 - 10x + 3$

$\Delta = 100 - 4\times 12\times 3 = -44$ /1,5

$\Delta < 0$

$f_1'(x)$ est du signe de $a = 12$ donc $f_1'(x) > 0$ et f_1 strictement croissante sur $\mathbb{R}$

$f_2(x) = \frac{2}{x^5} + \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$

$f_2(x) = 2x^{-5} + \frac{1}{x}$

$f_2'(x) = -10x^{-6} - \frac{1}{x^2}$

$\Leftrightarrow f_2'(x) = \frac{-10}{x^6} - \frac{1}{x^2}$

$\Leftrightarrow f_2'(x) = \frac{-10-x^4}{x^6}$ /1,5

$f_2'(x) = -\frac{10+x^4}{x^6}$

$f_2'(x) < 0$

donc f_2 strictement décroissante

$f_3(x) = \frac{6x+1}{5x-3}$ sur $\mathbb{R}\backslash\{3/5\}$

$f_3 = \frac{u}{v}$ $f_3' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$f_3'(x) = \frac{6(5x-3) - 5(6x+1)}{(5x-3)^2} = \frac{-23}{(5x-3)^2}$ /1,75

$-23 < 0$

$(5x-3)^2 > 0$

Donc $f_3'(x) < 0$ et f_3 strictement décroissante

$f_4(x) = (1-4x)^7$ sur $\mathbb{R}$ $\qquad (u^7)' = 7u^6 \times u'$

$f'_4(x) = 7(1-4x)^6 \times (-4) = -28(1-4x)^6$ $\qquad$ 1,5

$\left.\begin{array}{l} -28<0 \\ (1-4x)^6 \geq 0 \end{array}\right\}$ $f'_4(x) \leq 0$ donc f_4 strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

$f_5(x) = \dfrac{x^2-4x+8}{2x-5}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{5/2\}$

$f'_5(x) = \dfrac{(2x-4)(2x-5)-2(x^2-4x+8)}{(2x-5)^2} = \dfrac{4x^2-18x+20-2x^2+8x-16}{(2x-5)^2}$

$= \dfrac{2x^2-10x+4}{(2x-5)^2} = \dfrac{2(x^2-5x+2)}{(2x-5)^2}$ $\qquad$ 1,5

$\left.\begin{array}{l} (2x-5)^2>0 \\ 2>0 \end{array}\right.$ donc $f'_5(x)$ est du signe de x^2-5x+2

$\Delta = 17 \quad x_1 = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{5-\sqrt{17}}{2}$

x	$-\infty$		x_2		$5/2$		x_1		$+\infty$
$f'_5(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f_5(x)$		↗	$f(x_2)$	↘	||	↘	$f(x_1)$	↗	

$a=1$
$a>0$ $\qquad$ /3

1,5

$f_6(x) = 3x^2\sqrt{x}$ déf sur $[0;+\infty[$ dériv sur $]0;+\infty[$

$f_6 = uv \qquad f'_6 = u'v + uv'$

$f'_6(x) = 6x\sqrt{x} + 3x^2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{6x\sqrt{x} \times 2\sqrt{x} + 3x^2}{2\sqrt{x}}$

$= \dfrac{12x^2+3x^2}{2\sqrt{x}} = \dfrac{15x^2}{2\sqrt{x}}$ $\qquad$ /1,75

$\left.\begin{array}{l} 15x^2 \geq 0 \\ 2\sqrt{x}>0 \end{array}\right\}$ donc $f'_6(x)>0$ et f_6 strictement croissante.