Devoir nº6 - Suites - 1ère spé maths

16 fev 2023 - 1h

Exercice 1 (4 pts) :

1. (u_n) est une suite arithmétique de premier terme u_1 et de raison r telle que $u_{12} = 25$ et $u_{20} = 49$.
   Exprimer u_n en fonction de n puis calculer $u_1 + u_2 + ... + u_{30}$.

2. Calculer $1 + 2 + 4 + 8 + 16 \cdots + 16384 + 32768$ en utilisant une suite géométrique,
   dont on précisera la raison et le premier terme.

Exercice 2 (5 pts) : Un imprimeur fabrique des livres. Au mois de juillet 2011, il a imprimé 2341 livres. Il décide d'augmenter sa production de 123 livres par mois.
On note u_1 la production en juillet 2011, u_2 la production en août 2011, u_3 la production en septembre 2011, et ainsi de suite.

1. Donner les valeurs de u_2 et u_3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
2. a) Déterminer l'expression de u_n en fonction de n.
   b) Quel est le nombre de livres fabriqués en janvier 2012 ? En décembre 2012 ?
3. Calculer la production totale de livres en 2012.

Exercice 3 (11 pts) : La population d'une espèce en voie de disparition est surveillée de près dans une réserve naturelle. Les conditions climatiques ainsi que le braconnage font que cette population diminue de 10 % chaque année. Afin de compenser ces pertes, on réintroduit dans la réserve 100 individus à la fin de chaque année.
On souhaite étudier l'évolution de l'effectif de cette population au cours du temps. Pour cela, on modélise l'effectif de la population de l'espèce par la suite (u_n) où u_n représente l'effectif de la population au début de l'année $2020 + n$.
On admet que pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
Au début de l'année 2020, la population étudiée compte 2 000 individus, ainsi $u_0 = 2\,000$.

1. Justifier que la suite (u_n) vérifie la relation de récurrence : $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$.

2. Calculer u_1 puis u_2.

3. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1\,000$.
   a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,9$.
   b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1\,000\,(1 + 0,9^n)$.
   c) Quelle semble être la limite de la suite (u_n) ? En donner une interprétation dans le contexte de cet exercice.

5. On souhaite déterminer le nombre d'années nécessaires pour que l'effectif de la population passe en dessous d'un certain seuil S (avec $S > 1\,000$).
   a) Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n \leqslant 1\,020$.
   Justifier la réponse à l'aide de la calculatrice.
   b) Dans le programme Python ci-contre, la variable n désigne le nombre d'années écoulées depuis 2020, la variable u désigne l'effectif de la population.
   Compléter ce programme afin qu'il retourne le nombre d'années nécessaires pour que l'effectif de la population passe en dessous du seuil S.

```
def population(S) :
  n=0
  u=2000

  while ...... :
    u= ...
    n = ...
  return ...
```