Correction du devoir n° 6 - Suites

Ex 1 : 1) $u_{20} = u_{12} + 8 \times r$

$\Leftrightarrow 49 = 25 + 8r$

/5 $\Leftrightarrow 24 = 8r$

$\Leftrightarrow r = 3$

$u_{12} = u_1 + 11 \times r$

$\Leftrightarrow 25 = u_1 + 11 \times 3$

$\Leftrightarrow u_1 = -8$

2

(u_n) suite arithmétique de raison 3 de 1er terme $u_1 = -8$

donc $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

0,5 $= -8 + 3(n-1)$

$= -11 + 3n$

$(n \in \mathbb{N}^*)$

$S = u_1 + \dots + u_{30} = \dfrac{(u_1 + u_{30}) \times 30}{2}$

$= (-8 + 79) \times 15 = 71 \times 15 = 1065$ 1

$u_{30} = -11 + 30 \times 3 = 79$

2) $S = 1 + 2 + 4 + \dots + 32768$ suite géométrique de raison 2

$v_0 = 2^0 = 1$

$v_{n+1} = 2 \times v_n$ $v_n = 2^n$.

1,5

$S = \dfrac{1 - 32768 \times 2}{1 - 2} = 65\,536 - 1 = 65\,535$

Ex 2 : 1) $u_1 = 2341$

$u_2 = 2341 + 123 = 2464$

1,5 $u_3 = 2464 + 123 = 2587$

$u_{n+1} = u_n + 123$

(u_n) est une suite arithmétique de raison 123 de 1er terme $u_1 = 2341$

2) ⓐ $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

1 $\Leftrightarrow u_n = 2341 + 123(n-1)$

$\Leftrightarrow u_n = 2218 + 123n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$

/6

ⓑ $u_1 \to$ juillet 2011, donc $u_7 \to$ janvier 2012 et $u_{18} \to$ décembre 2012

2 $u_7 = 2218 + 123 \times 7 = 3079$

$u_{18} = 2218 + 123 \times 18 = 4432$

3079 livres sont fabriqués en janvier 2012 et 4432 en décembre 2012.

3) $S = u_7 + u_8 + \dots + u_{18}$

$= \dfrac{(u_7 + u_{18}) \times 12}{2} = (3079 + 4432) \times 6 = 45\,066$

1,5 45 066 livres ont été produits en 2012

Ex3 : 1) $u_0 = 2\,000$ 2000 individus au début de l'année 2020

(10)

chaque année, la population diminue de 10% donc il reste 90%, soit $0{,}9\,u_n$

1

et 100 individus sont réintroduits, $+100$

Donc $u_{n+1} = 0{,}9\,u_n + 100$ $(n \in \mathbb{N})$

2) $u_1 = 0{,}9\,u_0 + 100 = 1900$ et $u_2 = 0{,}9\,u_1 + 100 = 1810$ 0,75

3) $\begin{cases} u_1 - u_0 = -100 \\ u_2 - u_1 = -90 \end{cases} \neq$ et $\begin{cases} \dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{1900}{2000} = 0{,}95 \\ \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{1810}{1900} \simeq 0{,}953 \end{cases} \neq$

donc (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique 1,5

4) $v_n = u_n - 1000$ $(n \in \mathbb{N})$

ⓐ $v_{n+1} = u_{n+1} - 1000$
$= (0{,}9\,u_n + 100) - 1000$
$= 0{,}9\,u_n - 900$
$= 0{,}9(v_n + 1000) - 900$
$= 0{,}9\,v_n + 900 - 900$
$= 0{,}9\,v_n$

1,5

et $v_0 = u_0 - 1000 = 1000$

Alors (v_n) est une suite géométrique de raison 0,9 de 1er terme $v_0 = 1000$

1

ⓑ Donc $v_n = v_0 \times q^n = 1000 \times 0{,}9^n$ et $u_n = v_n + 1000$ 1

soit $u_n = 1000 + 1000 \times 0{,}9^n = 1000(1 + 0{,}9^n)$

ⓒ Il semble que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1000$

Plus les années passent, plus la population se rapproche des 1000 individus. 1

5) ⓐ D'après la calculatrice

$\left.\begin{array}{l} u_{37} = 1020{,}3 \\ u_{38} = 1018{,}25 \end{array}\right\}$ 1 Donc le plus petit n tel que $u_n \leq 1020$ est $\boxed{n = 38}$

ⓑ
```
5. while u > S :
6.     u = 0,9u + 100
7.     n = n+1
8. return n
```
1,25