

Devoir n°5 - Probabilités - Variables aléatoires - 1ère spé maths

20 décembre 2022 - 1h

Exercice 1 (8 pts) : Un chalutier se rend régulièrement dans une zone de pêche où le poisson est réputé abondant. En effet, la probabilité qu'un banc de poissons soit présent sur cette zone est de 0,7.

Le chalutier est équipé d'un sonar pour détecter la présence de bancs de poissons. Si un banc est présent, le sonar le détecte dans 80% des cas. S'il n'y a pas de banc de poissons dans la zone, le sonar indique néanmoins la présence d'un banc dans 5% des cas.

Partie A : Un jour donné, le chalutier part pêcher sur la zone.

On considère les événements :

B : «Il y a un banc de poissons» ;

S : «Le sonar indique un banc de poissons».

1. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait, ce jour-là, un banc de poissons et que le sonar indique sa présence.
3. Montrer que la probabilité que le sonar indique la présence d'un banc de poissons est de 0,575.
4. Le sonar indique la présence d'un banc de poissons sur la zone. Calculer la probabilité qu'un banc de poissons soit réellement présent. (arrondir à 0,001)

Partie B : Lors d'une sortie en mer, le pêcheur se trouve toujours dans l'une des trois situations suivantes.

- *Situation 1* : un banc de poissons est présent et le sonar le détecte. Le filet est lancé et la pêche est fructueuse. Dans ce cas, le pêcheur gagne 2 000 €.

- *Situation 2* : il n'y a pas de banc de poissons, mais le sonar en détecte un. Le filet est lancé, mais la pêche n'est pas bonne. Dans ce cas, le pêcheur perd 500 €.

- *Situation 3* : le sonar ne détecte aucun banc de poissons, qu'il y en ait ou non. Le filet n'est pas lancé et le bateau rentre à vide au port. Dans ce cas, le pêcheur perd 300 €.

On note G le gain algébrique réalisé par le pêcheur un jour de sortie en mer.

1. Quelles valeurs possibles peut prendre G ?
2. Etablir la loi de probabilité de G (justifier deux calculs).
3. Calculer l'espérance de G , et interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 (3 pts) : Dans une foire, Luc décide de participer à un jeu qui se déroule de la façon suivante : il tire au hasard un jeton dans une urne qui contient quatre jetons rouges et deux jetons bleus. Si le jeton bleu est tiré, Luc gagne et le jeu s'arrête ; sinon, sans remettre le 1er jeton tiré dans l'urne, il tire au hasard un deuxième jeton. Si ce jeton est bleu, Luc gagne et le jeu s'arrête ; sinon, sans remettre dans l'urne le 2ème jeton tiré, il tire au hasard un troisième jeton. Si le jeton est bleu, Luc gagne et le jeu s'arrête ; sinon Luc a perdu et le jeu s'arrête.

Pour chaque affirmation, indiquer la seule proposition correcte.

Question 1 : La probabilité que Luc gagne à l'issue du deuxième tirage est

a. $\frac{19}{15}$ b. $\frac{2}{5}$ c. $\frac{11}{15}$ d. $\frac{4}{15}$

Question 2 : La probabilité que Luc gagne à l'issue du troisième tirage est

a. $\frac{1}{5}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{2}{15}$ d. $\frac{1}{9}$

Question 3 : La probabilité que Luc gagne après avoir effectué au moins deux tirages est

a. $\frac{3}{5}$ b. $\frac{4}{15}$ c. $\frac{7}{15}$ d. $\frac{1}{3}$

Exercice 3 (5 pts) : Dans une entreprise, il y a 500 employés. Le tableau de répartition des salaires est le suivant.

Salaire en euros	1 600	2 000	2 500	3 000
Nombre de Personnes	300	150	45	5

On note X la variable aléatoire donnant le salaire perçu par un employé tiré au sort dans l'entreprise.

1. Quelles sont les valeurs possibles prises par X ?
2. Dresser un tableau donnant la loi de probabilité de X (justifier deux calculs).
3. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X (arrondir au centime d'euro si nécessaire).

Exercice 4 (4 pts) : Dans un supermarché, on réalise une étude sur la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période de un mois : 40% des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange ; et 25% des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation "pur jus".

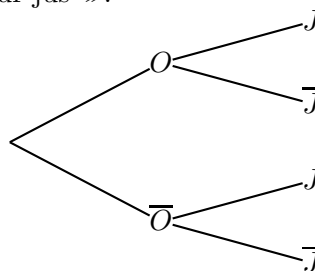
Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion de bouteilles "pur jus" est notée x , où $0 \leq x \leq 1$. Par ailleurs, 20% des bouteilles de jus de fruits possèdent l'appellation "pur jus".

On note :

O l'évènement : «La bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange» ;

J l'évènement : «La bouteille prélevée est une bouteille de "pur jus"».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre, modélisant la situation.



2. Exprimer $P(J)$ en fonction de x , et en déduire la valeur exacte de x .
3. Une bouteille passée en caisse prélevée au hasard n'est pas une bouteille de "pur jus". Calculer la probabilité pour que ce soit une bouteille de jus d'orange.