

Devoir n°3 - Second degré - Dérivation - 1ère spé maths

22 novembre 2022 - 2h

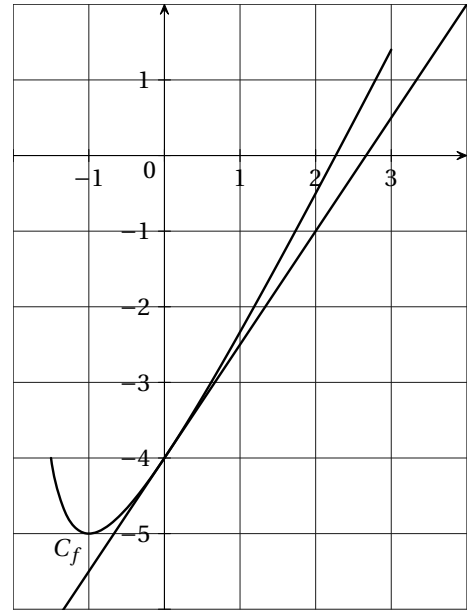
Exercice 1 (5 pts) :

Soit la fonction f définie sur $[-\frac{3}{2}; 3]$ par

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 8}{x + 2}$$

Ci-contre, on a tracé C_f la représentation graphique de f , ainsi que la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.

1. Montrer que $f'(x) = \frac{2(x^2 + 4x + 3)}{(x + 2)^2}$.
2. Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f .
3. La fonction f admet-elle un extremum sur $[-\frac{3}{2}; 3]$?
4. Déterminer l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 2.
5. Tracer T dans le graphique ci-contre.



Exercice 2 (3 pts) :

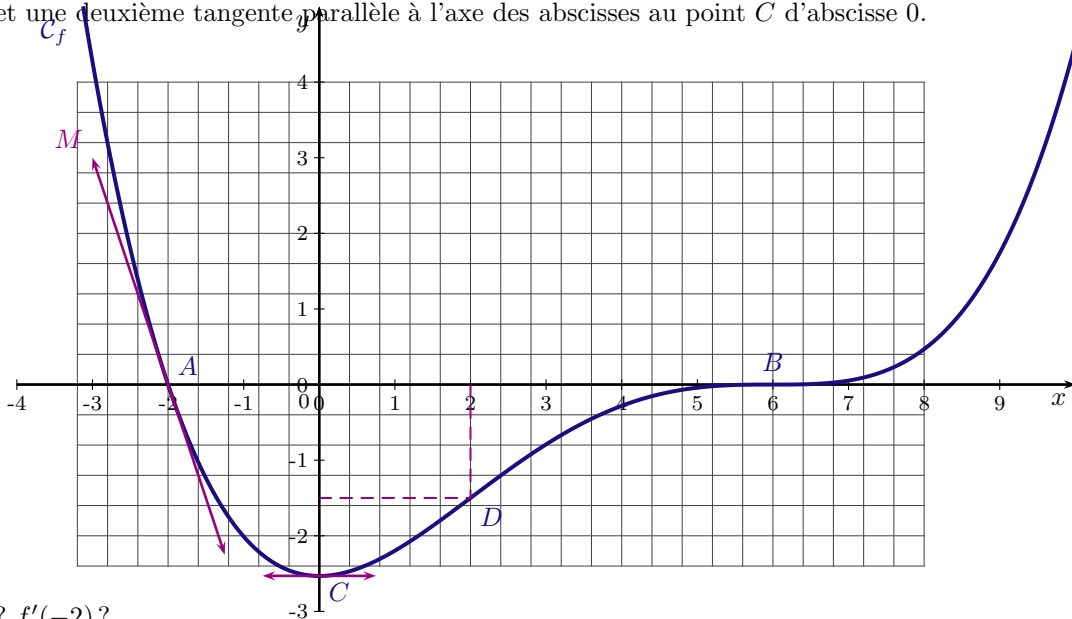
Soit f une fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} . On note f' la dérivée de la fonction f .

On donne ci-dessous la courbe C_f représentant la fonction f .

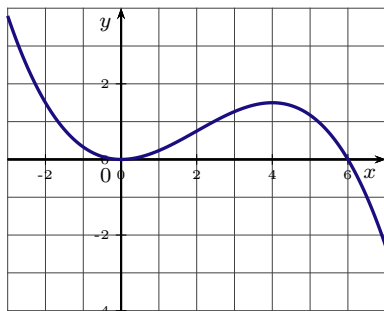
La courbe C_f coupe l'axe des abscisses au point $A(-2; 0)$ et lui est tangente au point B d'abscisse 6.

La tangente à la courbe au point A passe par le point $M(-3; 3)$.

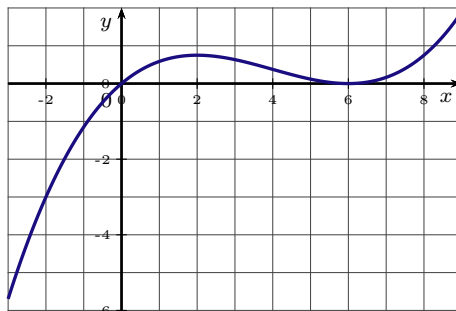
La courbe C_f admet une deuxième tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C d'abscisse 0.



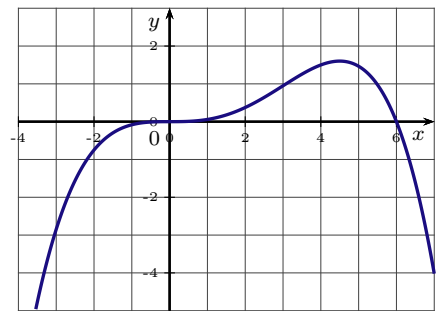
1. Que vaut $f'(0)$? $f'(-2)$?
2. Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f'(x) > 0$.
3. Déterminer laquelle des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' .



Courbe C_1



Courbe C_2



Courbe C_3

Exercice 3 (4 pts) : Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} par

$$f(x) = x^3 \quad \text{et} \quad g(x) = -3x^2 + 9x + 1$$

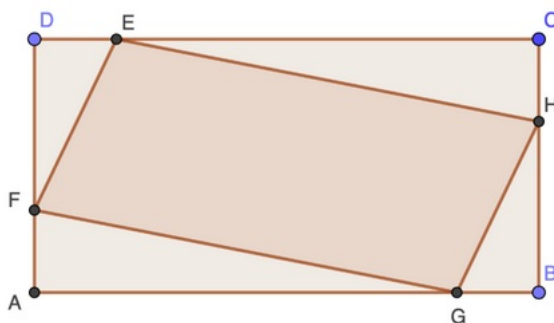
On cherche à démontrer $f(x) > g(x)$ pour $x \geq 2$.

Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = f(x) - g(x)$.

1. Déterminer $h'(x)$ pour tout réel x .
2. Etudier les variations de h sur $[2; +\infty[$.
3. Calculer $h(2)$ et conclure.

Exercice 4 (4,5 pts) : La figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, représente un rectangle $ABCD$ de dimensions $AB = 8$ cm et $AD = 4$ cm. E, F, G et H sont des points de $[DC], [AD], [BA]$ et $[BC]$ avec $DE = AF = BG = CH$. On pose $x = DE$.

1. a) Exprimer les aires des triangles DEF et FAG en fonction de x .
b) En déduire que l'aire du quadrilatère $EFGH$ est $2x^2 - 12x + 32$.
2. Pour quelle valeur de x l'aire de $EFGH$ est-elle minimale? Quelle est cette aire?
3. Pour quelle valeur de x l'aire de $EFGH$ est-elle supérieure ou égale à 16?



Exercice 5 (3,5 pts) : Soient f et g deux fonctions définies respectivement sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ et sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x - 3} \quad \text{et} \quad g(x) = -x - 1$$

On note \mathcal{C}_f la représentation graphique de f , donnée ci-contre, et on note \mathcal{D} la représentation graphique de g .

1. Tracer \mathcal{D} dans le repère ci-dessous.
2. Résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$ sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ et contrôler graphiquement le résultat.

Bonus :

3. Déterminer $f'(x)$ sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
4. Déterminer les abscisses des points de \mathcal{C}_f pour lesquels la tangente parallèle à \mathcal{D} ?

