Devoir nº2 - Second degré - Nombre dérivé - 1ère spé maths

20 octobre 2022 - 55 min

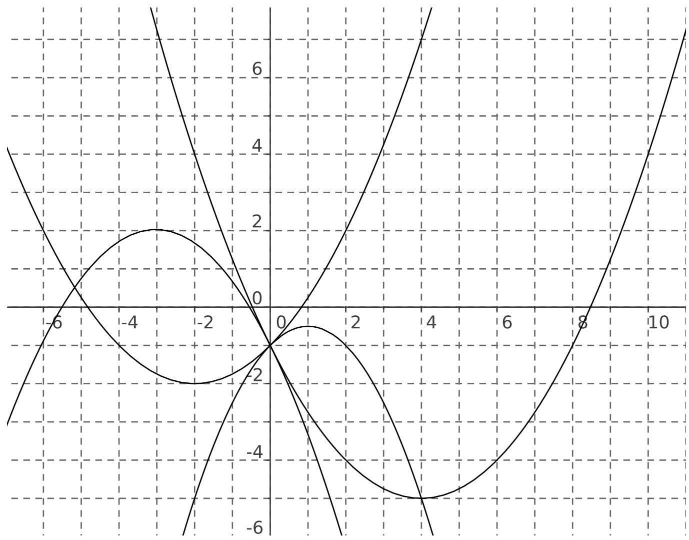
Exercice 1 (3 pts) :

f, g, h et k sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1 \qquad g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 1$

$h(x) = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 1 \quad k(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$

Pour chacune de ces fonctions, indiquer laquelle des paraboles la représente.

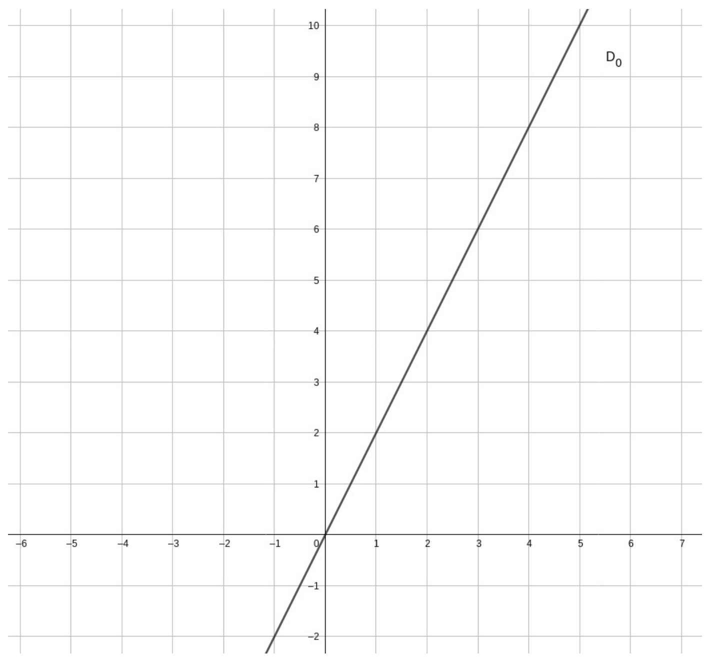


Exercice 2 (5 pts) : Résoudre sur $\mathbb{R}$

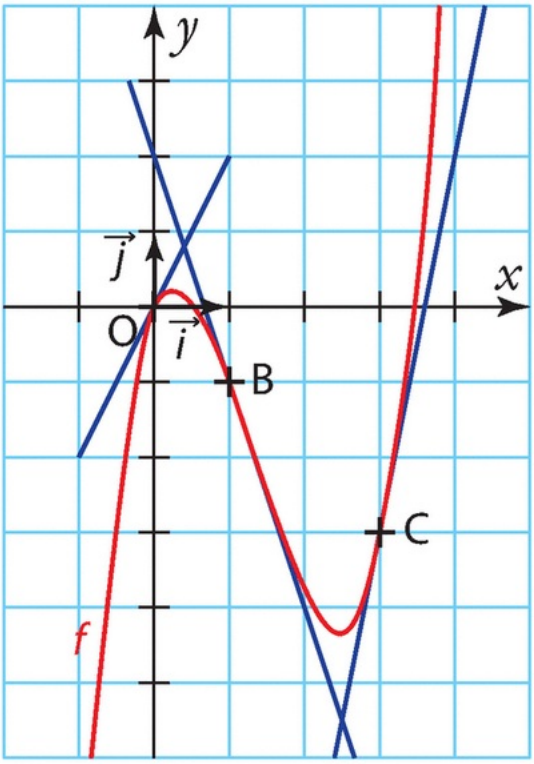
1. $3x^4 + 5x^2 - 2 = 0$
2. $x^3 - 4x^2 + x \geqslant 0$

Exercice 3 (8 pts) : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $fx) = x^2 - 2x + 3$.
On appelle $\mathcal{P}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé.
Soit $m \in \mathbb{R}$ et soit la droite $\mathcal{D}_m$ d'équation $y = 2x + m$.

1. Dresser le tableau de variations de f.
2. Tracer $\mathcal{P}$ dans le repère ci-contre où la droite $\mathcal{D}_0$ d'équation $y = 2x$ est déjà tracée.
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{P}$ et de la droite $\mathcal{D}_0$.
4. On cherche maintenant le nombre de points d'intersection de $\mathcal{P}$ et de $\mathcal{D}_m$.
   a) Montrer que le problème revient à chercher le nombre de solutions de l'équation
   $$x^2 - 4x + 3 - m = 0$$
   b) Calculer Δ_m, le discriminant de cette équation, et dresser son tableau de signes en fonction de m.
   c) En déduire le nombre de points d'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}_m$ en fonction de m.



Exercice 4 (5 pts) : Voici la courbe représentative C_f d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ ainsi que ses tangentes en O, en B et en C.



1. Déterminer graphiquement : $f(0)$ et $f'(0)$, $f(1)$ et $f'(1)$, $f(3)$ et $f'(3)$.
2. Ecrire l'équation de la tangente à C_f au point C.
3. Soit $A(2, -4)$ sur C_f ; sachant que $f'(2) = -2$, tracer la tangente à C_f au point A.

Exercice 5 (Bonus) : Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 4x + 1$.
A l'aide du taux d'accroissement, montrer que g est dérivable en $a = 1$ et calculer $g'(1)$.