Correction du dev 1 - Second degré - 1spé

Ex 1 : $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en 2 points $A(-1;0)$ et $B(2;0)$ donc $f(x) = a(x+1)(x-2)$

a ? or $f(0) = -1 \iff a \times 1 \times (-2) = -1 \iff a = 1/2$

on a donc $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$

1,4

Ex 2 : $f(x) = 4x^2 + 8x + 3$ sur $\mathbb{R}$

1) $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{8} = -1$ et $\beta = f(\alpha) = f(-1) = 4 - 8 + 3 = -1$

1 Donc $f(x) = 4(x+1)^2 - 1$ forme canonique

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

on a $f(x) = \left(2(x+1)+1\right)\left(2(x+1)-1\right) = (2x+3)(2x+1)$ forme factorisée

ou $\Delta = b^2 - 4ac = 64 - 4\times4\times3 = 16$ $\quad \sqrt{\Delta} = 4$

$x_1 = \frac{-8+4}{8} = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$ et $x_2 = \frac{-8-4}{8} = \frac{-12}{8} = \frac{-3}{2}$

1,5 $f(x) = 4(x + 1/2)(x + 3/2)$

2) ⓐ $f(0) = 4\times0 + 8\times0 + 3 = 3$ 0,5

ⓑ $f(x) = 0 \iff (2x+3)(2x+1) = 0$

$\iff 2x+3 = 0$ ou $2x+1 = 0$

$S = \{-3/2 ; -1/2\}$

$\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en $A(-3/2;0)$ et en $B(-1/2;0)$ 1

ⓒ $4(x+1)^2 \geq 0 \Rightarrow 4(x+1)^2 - 1 \geq -1$

$\Rightarrow f(x) \geq -1$ 1

sur $\mathbb{R}$

15

Ex3 :

1) $(x-2)(-3x^2+19x-6)=0$

$\Leftrightarrow$ $x-2=0$ ou $-3x^2+19x-6=0$

$\Leftrightarrow$ $x=2$ ou $x=\frac{1}{3}$ ou $x=6$

2,5 $S=\{1/3;2;6\}$

$-3x^2+19x-6=0$

$\Delta=289$ $\sqrt{\Delta}=17$

$\begin{cases} x_1=\frac{-19-17}{-6}=6 \\ x_2=\frac{-19+17}{-6}=\frac{1}{3} \end{cases}$

2) $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=2$ sur $\mathbb{R}\setminus\{-2;-1\}$

$\Leftrightarrow$ $\frac{(x+2)-(x+1)}{(x+1)(x+2)}=2$

$\Leftrightarrow$ $\frac{1}{(x+1)(x+2)}=2$

$\Leftrightarrow$ $1=2(x+1)(x+2)$

$\Leftrightarrow$ $1=2x^2+6x+4$

$\Leftrightarrow$ $2x^2+6x+3=0$

$\Delta=36-24=12$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\begin{cases} x_1=\frac{-6-2\sqrt{3}}{4}=\frac{-3-\sqrt{3}}{2} \\ x_2=\frac{-3+\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

3 $S=\left\{\frac{-3-\sqrt{3}}{2};\frac{-3+\sqrt{3}}{2}\right\}$

19

3) $\frac{x^2}{x+2}\leq 1$ sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

$\Leftrightarrow$ $\frac{x^2}{x+2}-1\leq 0$

$\Leftrightarrow$ $\frac{x^2-(x+2)}{x+2}\leq 0$

$\Leftrightarrow$ $\frac{x^2-x-2}{x+2}\leq 0$

$N(x)=x^2-x-2$

$\Delta=1+8=9$ $\sqrt{\Delta}=3$

$x_1=\frac{1+3}{2}=2$ et $x_2=\frac{1-3}{2}=-1$

x	$-\infty$ -2	-1	2	$+\infty$
$x+2$	$-$ ‖	$+$	$+$	$+$
x^2-x-2 ($a=1$ $a>0$)	$+$ ‖	$+$ 0	$-$ 0	$+$
$\frac{x^2-x-2}{x+2}$	$-$ ‖	$+$ 0	$-$ 0	$+$

3,5 $S=]-\infty;-2[\cup[-1;2]$

Ex4 : $f(x)=2x^2-12x+16$ $g(x)=2x+4$ sur $\mathbb{R}$

1) Il semble que $\mathscr{C}_f$ soit au-dessus de $\mathscr{D}_g$ sur $]-\infty;1]$ et sur $[6;+\infty[$, au-dessous sur $[1;6]$ 1

2) $f(x)-g(x)=2x^2-12x+16-(2x+4)=2x^2-14x+12$ 1

$=(x-1)(2x-12)$

$=2(x-1)(x-6)$

1 est racine évidente
6 est l'autre racine

x	$-\infty$		1		6		$+\infty$
$f(x)-g(x)$ $= 2x^2-14x+12$		+	0	−	0	+	

$a=2$
$a>0$

du signe de a à l'extérieur des racines

2

sur $]-\infty; 1]$ et sur $[6; +\infty[$, $f(x)-g(x) \geq 0$
donc $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{D}_g$

sur $[1; 6]$, $f(x)-g(x) \leq 0$
donc , $\mathcal{C}_f$ est au-dessous de $\mathcal{D}_g$

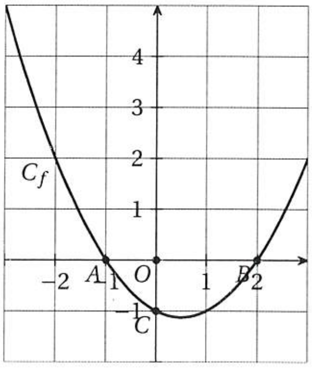
1

15

Devoir n°1 - Second degré - 1ère spé maths

29 septembre 2022 - 55 min

Exercice 1 (3 pts) :



Déterminer **l'expression développée réduite** de la fonction f représentée ci-contre.

Exercice 2 (5 pts) : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 + 8x + 3$.

1. Déterminer la forme canonique de f ainsi que sa forme factorisée.
2. En utilisant la forme la plus adaptée de f :
   a) Calculer $f(0)$.
   b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
   c) Montrer que pour tout réel x, on a $f(x) \geqslant -1$.

Exercice 3 (7 pts) : Résoudre dans $\mathbb{R}$

1. $(x-2)(-3x^2+19x-6) = 0$
2. $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x+2} = 2$
3. $\dfrac{x^2}{x+2} \leqslant 1$

Exercice 4 (5 pts) : On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 2x^2 - 12x + 16 \quad \text{et} \quad g(x) = 2x + 4$$

1. La représentation graphique de la fonction f est donnée ci-contre.

   Sur le même graphique, tracer la courbe représentative de la fonction g, et conjecturer la position relative des deux courbes.

2. Etudier le signe de $f(x) - g(x)$ et démontrer la conjecture.