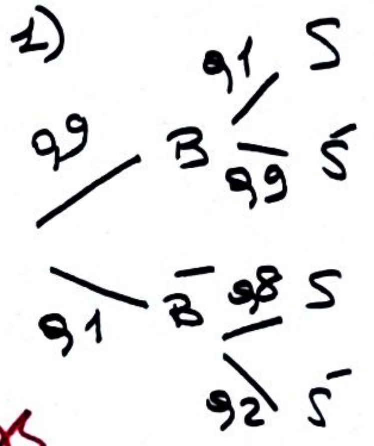
Correction - Dev n°8 - 1 spé maths

Ex 1 : 1)



A 0,5

2) $B \cap S$: « la personne entre avec un bon et achète un salon »

1 $p(B\cap S) = p(B) \times p_B(S)$
$= 0,9 \times 0,1 = 0,09$

3) B et $\bar{B}$ forment une partition de l'univers des personnes qui entrent dans le magasin

D'après la formule des probabilités totales 0,5

$P(S) = p(B\cap S) + p(\bar{B}\cap S)$ 0,75
$= 0,09 + 0,1 \times 0,8 = 0,09 + 0,08 = 0,17$

4) $P_S(B) = \dfrac{P(B\cap S)}{P(S)} = \dfrac{0,09}{0,17} = \dfrac{9}{17} \simeq 0,53$ 1

5) Tableau 0,5

a) $485 \times 0,09 - 15 \times 0,81 + 500 \times 0,08 + 0 \times 0,02 = 71,5$

0,75 Le bénéfice moyen par personne est de 71,50€

b) $E(x) = (500 - x) \times 0,09 - x \times 0,81 + 500 \times 0,08 + 0 \times 0,02$

1 $= 45 - 0,09x - 0,81x + 40$
$= 85 - 0,9x$

c) $E(x) = 76$
$\iff 85 - 0,9x = 76$
0,75 $\iff -0,9x = -9 \iff x = 10$

Pour obtenir un bénéfice moyen de 76€, le prix de revient du bon doit être de 10€

Ex 2 : 1) $p = 1 - (0,3 + 0,05 + 0,01 + 0,05 + 0,02) = 0,57$

0,5

2) $E(X) = -2 \times 0,3 - 1 \times 0,05 + 0 \times 0,01 + 1 \times 0,05 + 2 \times 0,02 + 3 \times 0,57 = 1,15$

1

3) $V(X) = 2^2 \times 0,3 + 1^2 \times 0,05 + 1^2 \times 0,05 + 2^2 \times 0,02 + 3^2 \times 0,57 - 1,15^2$
$= 5,1875$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \simeq 2,28$ 1,5 B

Ex 3 : 1) a) 2% des panneaux sont détériorés donc une baisse de 2% ce qui revient à $\times(1-\frac{2}{100})$ soit 0,98 et 250 nouveaux panneaux chaque année donc $u_{n+1} = 0{,}98u_n + 250$ $(n \in \mathbb{N})$
avec $u_0 = 10560$ (panneaux solaires en 2020) 1

b) $u_n \geq 12000$
D'après la calculatrice $\begin{cases} u_{67} < 12000 \\ u_{68} > 12000 \end{cases}$ (17)
donc pour $n \geq 68$ soit en 2088. 1/.

c) algo + ~~0,5~~

2) $u_n \leq 12500$ $(n \in \mathbb{N})$
$u_{n+1} - u_n = 0{,}98u_n + 250 - u_n = 250 - 0{,}02u_n$
or $u_n \leq 12500 \iff -0{,}02u_n \geq -250 \iff u_{n+1} - u_n \geq 0$
donc (u_n) est croissante 1/

3) $v_n = u_n - 12500$ $(n \in \mathbb{N})$

a) $v_{n+1} = u_{n+1} - 12500$
$= (0{,}98u_n + 250) - 12500$
$= 0{,}98u_n - 12250$
$= 0{,}98(v_n + 12500) - 12250$ 2/
$= 0{,}98v_n$

$v_0 = u_0 - 12500$
$= -1940$
(v_n) est une suite géométrique de raison 0,98 de 1er terme $v_0 = -1940$ 1

b) alors $v_n = -1940 \times 0{,}98^n$ et $u_n = 12500 - 1940 \times 0{,}98^n$ $(n \in \mathbb{N})$

c) il semble que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 12500$
Au fur et à mesure des années, le nombre de panneaux solaires tend vers 12500 1/

Ex 4 : 1) $S = -7 - 4 - 1 + 2 + \dots + 113$ $u_0 = -7$ $u_n = -7 + 3n = 113$ $\iff n = \frac{120}{3} = 40$
suite arithmétique (13)
$= u_0 + \dots + u_{40} = \frac{(u_0 + u_{40}) \times 41}{2}$
$= \frac{(-7+113) \times 41}{2} = 2173$

2) $S = 1 + 2 + 4 + \dots + 2048 = 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{11} = \frac{1-2^{12}}{1-2} = 2^{12} - 1 = 4095$

Devoir n°8 - Suites - Variables Aléatoires - 1ère spé maths

17 fev 2022 - 1h

Exercice 1 (7 pts) : Pour faire connaître l'ouverture d'un nouveau magasin vendant des salons, le directeur fait distribuer des bons publicitaires permettant de recevoir un cadeau gratuit sans obligation d'achat. Une enquête statistique préalable a montré que, parmi les personnes qui entrent dans le magasin :

— 90% entrent dans le magasin avec ce bon publicitaire; parmi elles, 10% achètent un salon.
— Parmi les personnes qui entrent sans bon publicitaire, 80% achètent un salon.

Une personne entre dans le magasin. On note :
— B l'évènement "la personne a un bon publicitaire",
— $\overline{B}$ l'évènement "la personne n'a pas de bon publicitaire",
— S l'évènement "la personne achète un salon",
— $\overline{S}$ l'évènement "la personne n'achète pas de salon".

1. Construire un arbre de probabilités en y portant les informations données par l'énoncé.
2. Décrire l'évènement $B \cap S$, puis déterminer sa probabilité.
3. Déterminer la probabilité que la personne achète un salon.
4. La personne a acheté un salon. Quelle est la probabilité qu'elle soit venue avec un bon ? (arrondir au centième)
5. Le bon publicitaire et le cadeau associé coûtent 15 € au magasin.
   Un salon vendu rapporte 500 € au magasin s'il est vendu sans bon publicitaire.

   Compléter le tableau ci dessous qui donne la loi de probabilité du bénéfice réalisé par le magasin selon la situation de la personne entrant.

Situation de la personne entrant :	Elle a un bon et achète un salon	Elle a un bon et n'achète pas de salon	Elle n'a pas de bon et achète un salon	Elle n'a pas de bon et n'achète pas de salon
Bénéfice réalisé par le magasin en €	485	-15	500	0
Probabilité	0,09	0,81	0,08	0,02

   a) Calculer le bénéfice moyen du magasin réalisé par personne entrant.
   b) Le directeur pense changer la valeur du bon. Soit x le prix de revient en euros du nouveau bon. Exprimer en fonction de x l'espérance E de la loi de probabilité du bénéfice du magasin.
   c) Le directeur souhaite réaliser 76 € de bénéfice moyen par personne entrant. Quel doit être le prix de revient x du nouveau bon publicitaire?

Exercice 2 (3 pts) : Une variable aléatoire X est établie selon la loi de probabilité suivante :

x_i	-2	-1	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,3	0,05	0,01	0,05	0,02	p

1. Calculer p.
2. Calculer $E(X)$.
3. Calculer $\sigma(X)$. (arrondir au centième)

Exercice 3 (7 pts) : Au 1er janvier 2020, la centrale solaire de Big Sun possédait 10 560 panneaux solaires. On observe, chaque année, que 2 % des panneaux se sont détériorés et nécessitent d'être retirés tandis que 250 nouveaux panneaux solaires sont installés.

On modélise l'évolution du nombre de panneaux solaires par la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 10\,560 \text{ et, pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0,98u_n + 250,$$

où u_n est le nombre de panneaux solaires au 1er janvier de l'année $2020 + n$.

1. a) Expliquer en quoi cette modélisation correspond à la situation étudiée.
   b) On souhaite savoir au bout de combien d'années le nombre de panneaux solaires sera strictement supérieur à 12 000. À l'aide de la calculatrice, donner la réponse à ce problème.
   c) (Bonus) Compléter le programme en Python ci-dessous de sorte que la valeur cherchée à la question précédente soit stockée dans la variable n à l'issue de l'exécution de ce dernier.

```
u = 10 560
n= 0
while .u.<.1200
    u = .....098u + 250
    n = ...n+1
```

2. On admet que pour tout entier naturel n, on a $u_n \leqslant 12\,500$; montrer que la suite (u_n) est croissante.
3. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 12\,500$, pour tout entier naturel n.
   a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0, 98.
   b) Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n, puis en déduire u_n en fonction de n.
   c) Conjecturer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat dans le contexte du modèle.

Exercice 4 (3 pts) :

1. Calculer $S = -7 - 4 - 1 + 2 + 5 + \cdots + 110 + 113$.
2. Calculer $S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 \cdots + 1024 + 2048$.