Dev 8 - Suites - 1spé

Ex1 : 1) $u_n = 2n^2 - n - 2$ $(n \in \mathbb{N})$

0,75 a) $u_0 = -2$ $u_1 = 2-1-2 = -1$ $u_2 = 2\times4-2-2 = 8-4 = 4$

b) $u_n = f(n)$ avec $f(x) = 2x^2 - x - 2$ sur $[0;+\infty[$

1,5 $f'(x) = 4x - 1$

x	0		$1/4$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

f croissante sur $[1/4;+\infty[$

$u_1 > u_0$ donc (u_n) est croissante pour tout $n \in \mathbb{N}$

0,75 c) $u_{10} = 188$; $u_{100} = 19\,898$; $u_{1000} = 1\,998\,998$

0,5 d) (u_n) semble donc tendre vers $+\infty$

2) $\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = 2 - \dfrac{4}{v_n} \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$

1 a) $\begin{cases} v_1 = 2 - \dfrac{4}{v_0} = 2 - \dfrac{4}{4} = 2 - 1 = 1 \\ v_2 = 2 - \dfrac{4}{v_1} = 2 - \dfrac{4}{1} = 2 - 4 = -2 \end{cases}$

b)

1

```
1. v=4
2. for i in range(1,21):
3.     v=2-4/v
4. print(v)
```

5,5

Ex2 : A) 1) $u_0 = 300$ (300€ en 2019)

0,5 $u_1 = 300 + 10 = 310$ (310€ en 2020)

9

2) $u_{n+1} = u_n + 10$ (10€ de plus par an) $(n \in \mathbb{N})$

1 (u_n) est une suite arithmétique de raison 10 de premier terme $u_0 = 300$

0,5 3) $u_n = u_0 + n \times r = 300 + 10n$ $(n \in \mathbb{N})$

4) $2030 - 2019 = 11$ $u_{11} = 300 + 10\times11 = 300 + 110 = 410$

0,5 En 2030, la mutuelle de l'assureur A est de 410€

5) $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{24} = \dfrac{(u_0 + u_{24})\times25}{2} = \dfrac{(300+540)\times25}{2} = 10\,500$

1,75 $u_{24} = 300 + 24\times10 = 300 + 240 = 540$

Bobby aura payé 10 500 € en 25 ans avec la mutuelle A

B) 1) $v_0 = 300$ (300 € en 2019) augmenter de 2% revient à multiplier par $1 + \frac{2}{100} = 1{,}02$

0,75 $v_1 = 300\times1{,}02 = 306$

2) $v_{n+1} = v_n \times 1{,}02$ (↗2% par an) $(n \in \mathbb{N})$

1 (v_n) est une suite géométrique de raison 1,02 de premier terme $v_0 = 300$

3) $v_n = v_0 \times q^n = 300 \times 1{,}02^n$ $(n \in \mathbb{N})$

0,5

4) $v_{11} = 300 \times 1{,}02^{11} \approx 373{,}01$ En 2031, la mutuelle de

0,5 l'assureur B est de 373 € environ.

5) $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{24} = v_0 \times \frac{1-q^{25}}{1-q} = 300 \times \frac{1-1{,}02^{25}}{1-1{,}02}$

1,25 $= \frac{300}{-0{,}02}(1 - 1{,}02^{25}) = 15000(1{,}02^{25} - 1) \approx 960{,}91$

Avec l'assureur B, Bobby aura payé 961 € environ en 25 ans

c) on veut résoudre $v_n > u_n$

soit, $300 \times 1{,}02^n > 300 + 10n$

1,25 $v_{49} \approx 791{,}6$ et $u_{49} = 790$ $\begin{cases} v_{49} > u_{49} \\ v_{48} < u_{48} \end{cases}$

$v_{48} \approx 776{,}12$ et $u_{48} = 780$

$2019 + 49 = 2068$ La mutuelle de l'assureur B est plus chère que celle de l'assureur A en 2068 pour la 1ère fois

---

Ex3 : 1) 40 € le 1er janvier 2019

0,5 $40 \times \frac{3}{4} + 25 = 30 + 25 = 55$ 55 € le 2 janv 2019

2) $\begin{cases} u_0 = 40 & \text{au } 1/01/19 \\ u_1 = 55 & \text{au } 2/01/19 \\ u_2 = 55 \times \frac{3}{4} + 25 = 66{,}25 & \text{au } 3/01/19 \end{cases}$

0,5

5,5

3) $\begin{cases} u_1 - u_0 = 15 \\ u_2 - u_1 = 11{,}25 \end{cases} \neq$ $\begin{cases} \frac{u_1}{u_0} = \frac{55}{40} = 1{,}375 \\ \frac{u_2}{u_1} = \frac{66{,}25}{55} \approx 1{,}2 \end{cases} \neq$

1 (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

4) $u_{n+1} = 0{,}75\, u_n + 25$ $(n \in \mathbb{N})$

+25 € le soir

0,5 dépense de 1/4 donc reste 3/4 = 0,75

5) $v_n = u_n - 100$ $(n \in \mathbb{N})$

a) $v_{n+1} = u_{n+1} - 100$

$= 0{,}75 u_n + 25 - 100$

$= 0{,}75 u_n - 75$

1 $= 0{,}75(v_n + 100) - 75$

$= 0{,}75 v_n$

donc (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75 de 1er terme $v_0 = u_0 - 100 = -60$ 0,5

0,5 b) alors $v_n = v_0 \times q^n = -60 \times 0{,}75^n$ $(n \in \mathbb{N})$

0,5 c) $u_n = v_n + 100$

$\Leftrightarrow u_n = 100 - 60 \times 0{,}75^n$

d) $u_{14} = 100 - 60 \times 0{,}75^{14}$

$\approx 98{,}93$

0,5 le 15 janv 2019, Marine aura 98,93 € environ