Correction du devoir n°6 - 1spé

Ex 1 : **Q1** : $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{4}\right)^5=\frac{1}{1024}$ (b)

Q2 : BN NB

$\frac{10}{30}\times\frac{20}{29}+\frac{20}{30}\times\frac{10}{29}=\frac{1}{3}\times\frac{20}{29}+\frac{2}{3}\times\frac{10}{29}=\frac{40}{87}$ (d)

Q3 : $p(R)=\frac{1}{7}$ $p(V)=\frac{1}{9}$ R et V indépendants donc $p(R\cap V)=p(R)\times p(V)=\frac{1}{63}$

$p(R\cup V)=p(R)+p(V)-p(R\cap V)$

$=\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{63}=\frac{9+7-1}{63}=\frac{15}{63}=\frac{5}{21}$

on cherche le contraire $1-p(R\cup V)=\frac{16}{21}$ (a)

(ou) on calcule $p(\overline{R}\cap\overline{V})=p(\overline{R})\times p(\overline{V})=\frac{6}{7}\times\frac{8}{9}=\frac{48}{63}=\frac{16}{21}$

$\overline{R}$ et $\overline{V}$ sont aussi indépendants

Q4 : A et B indépendants donc $p(A\cap B)=p(A)\times p(B)=0{,}3\times0{,}4=0{,}12$

et $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$

$=0{,}3+0{,}4-0{,}12=0{,}58$ (c)

Q5 : $p(A)=p(A\cap B)+p(A\cap\overline{B})$ probabilités totales

$\iff 0{,}5=p(A\cap B)+0{,}2$

$\iff p(A\cap B)=0{,}3$ (a)

Ex 2 : 1) (a) $p(A\cap D)=p(A)\times p_A(D)=0{,}1\times0{,}4=0{,}04$

1 (b) A, B, C forment une partition de l'univers.

0,5 D'après la formule des probabilités totales

$p(D)=p(A\cap D)+p(B\cap D)+p(C\cap D)$

$=0{,}04+0{,}2\times0{,}5+0{,}7\times0{,}1$

1,5 $=0{,}04+0{,}10+0{,}07=0{,}21$ 15

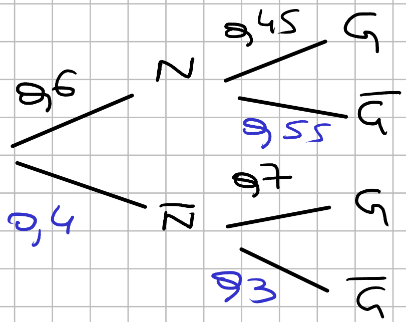
(c) $p_D(A)=\frac{p(A\cap D)}{p(D)}=\frac{0{,}04}{0{,}21}=\frac{4}{21}\simeq0{,}19$

1

2) $p(D)=0{,}21$ et $p_A(D)=0{,}4$ d'après l'arbre

1 $0{,}21\neq0{,}4$ donc A et D ne sont pas indépendants

Ex3 : 1)



1

2) $p(N\cap G) = p(N)\times p_N(G)$
$= 0,6\times 0,45$
$= 0,27$

1

/6

3) N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers
D'après la formule des probabilités totales

$p(G) = p(N\cap G) + p(\overline{N}\cap G)$
$= 0,27 + 0,4\times 0,7$
$= 0,27 + 0,28 = 0,55$

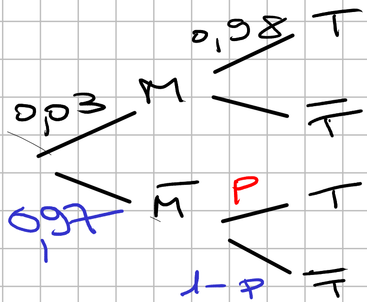
2

4) $P_{\overline{G}}(N) = \dfrac{p(N\cap\overline{G})}{p(\overline{G})} = \dfrac{0,6\times 0,55}{1-0,55} = \dfrac{0,33}{0,45} = \dfrac{33}{45} = \dfrac{11}{15}$

donc $P_{\overline{G}}(N) \simeq 0,73$

2

Ex4 : 1)



1

2) D'après la formule des probabilités totales :

$p(T) = p(M\cap T) + p(\overline{M}\cap T)$
$= 0,03\times 0,98 + 0,97\times p$
$= 0,0294 + 0,97p$

1

3) $P_T(M) = \dfrac{p(M\cap T)}{p(T)} = \dfrac{0,0294}{0,0294+0,97p}$

0,5

/4

$P_T(M) = 0,99 \iff \dfrac{0,0294}{0,0294+0,97p} = 0,99$

$\iff 0,0294 = 0,99(0,0294+0,97p)$

$\iff 0,0294 = 0,029106 + 0,9603p$

1,5

$\iff 0,9603p = 0,000294$

$\iff p = \dfrac{0,000294}{0,9603}$

$\iff p \simeq 0,0003$