Correction du devoir n°5 - 1spé

Ex 1 : 1) $f'(5) = \dfrac{-1}{3}$ Coefficient directeur de D tangente au point A(5 ; 0)
d

2) $f'(-3) > 0$ b

3) $f(x) = -8\sqrt{x}$ sur $]0 ; +\infty[$ $f'(x) = \dfrac{-8}{2\sqrt{x}} = \dfrac{-4}{\sqrt{x}}$

donc $f'(4) = \dfrac{-4}{\sqrt{4}} = \dfrac{-4}{2} = -2$ b

4) $g(x) = x^3 - 4x + 3$ sur $\mathbb{R}$

$g'(x) = 3x^2 - 4$ et $g'(-1) = 3 - 4 = -1$ c

5) $\lim\limits_{h \to 0} (h^2 + 3h - 1) = -1$ donc $f'(1) = -1$ b

---

Ex 2 : 1) $V(x) = \underset{h}{x} \times \underset{L}{(24-2x)} \times \underset{l}{(18-2x)}$ pour $x \in [0 ; 9]$

$= (24x - 2x^2) \times (18 - 2x)$

1,5/ $= 432x - 48x^2 - 36x^2 + 4x^3$ 17

$= 4x^3 - 84x^2 + 432x$

2) $V'(x) = 12x^2 - 168x + 432 = 12(x^2 - 14x + 36)$ 0,5

3) $V'(x)$ est du signe de $x^2 - 14x + 36$

$\Delta = 52$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{14 + 2\sqrt{13}}{2} = 7 + \sqrt{13} \simeq 10,6 \text{ ne convient pas} \\ x_2 = 7 - \sqrt{13} \simeq 3,4 \end{cases}$$

x	0		$7-\sqrt{13}$		9
$V'(x)$ $a = 12$		+	0	−	
$V(x)$	0	↗	$V(7-\sqrt{13})$	↘	0

du signe de a à l'extérieur des racines 2/

1

4) La contenance de la boîte sera maximale pour $x = 7 - \sqrt{13}$ (cm) 1

5) $V(7 - \sqrt{13}) \simeq 655$ $655 > 650$

Donc l'industriel pourra construire une boîte de volume supérieur ou égal à 650 cm³. 1

Ex 3 : $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x+1}$ sur $]-1;+\infty[$

/8

1) $f = \dfrac{u}{v}$ $\quad f' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

donc $f'(x) = \dfrac{2x(x+1) - (x^2+3)\times 1}{(x+1)^2} = \dfrac{2x^2+2x-x^2-3}{(x+1)^2}$

soit $f'(x) = \dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$

1

2) $(x+1)^2 > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de x^2+2x-3

et $x^2+2x-3 = (x-1)(x+3)$ racines (-3) et 1 0,5

donc

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	//	$-$	0	$+$	

$a = 1$

du signe de a à l'extérieur des racines

alors f est strictement décroissante sur $]-1;1]$

puis strictement croissante sur $[1;+\infty[$

3) $T : y = f'(0)\times(x-0) + f(0)$ $\quad f'(0) = -3$ et $f(0) = 3$

donc $y = -3x+3$

1

4) graphique 1,5

5) $f(x) - (-3x+3) = \dfrac{x^2+3}{x+1} + 3x - 3 = \dfrac{(x^2+3) + 3(x-1)(x+1)}{(x+1)}$

$= \dfrac{x^2+3+3x^2-3}{x+1}$

1,5

$= \dfrac{4x^2}{x+1}$

Sur $]-1;+\infty[$ $\quad 4x^2 \geqslant 0$ et $x+1 > 0$

Alors $f(x) - (-3x+3) \geqslant 0 \iff f(x) \geqslant -3x+3$

0,5 $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de T