Correction du devoir n° 4 - 1 spé

Ex 2. 1) $f(x) = 3x^3 + 5x^2 - 2x + 1$ sur $\mathbb{R}$

$f'(x) = 9x^2 + 10x - 2$ 0,75

2) $g(x) = \dfrac{3x-1}{x^2+2}$ sur $\mathbb{R}$ $\quad g = \dfrac{u}{v}$ et $g' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

/3

$\begin{cases} u(x) = 3x - 1 \\ v(x) = x^2 + 2 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} u'(x) = 3 \\ v'(x) = 2x \end{cases}$

donc $g'(x) = \dfrac{3(x^2+2) - (3x-1) \times 2x}{(x^2+2)^2} = \dfrac{3x^2 + 6 - 6x^2 + 2x}{(x^2+2)^2}$

alors $g'(x) = \dfrac{-3x^2 + 2x + 6}{(x^2+2)^2}$ 1,75

3) $h(x) = 2x\sqrt{x}$ sur $]0 ; +\infty[$ $\quad h = uv$ et $h' = u'v + uv'$

$h'(x) = 2\sqrt{x} + 2x \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + \dfrac{x}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + \sqrt{x} = 3\sqrt{x}$ 0,75

Ex 3. 1) $f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en A, on lit $f'(1) = 0$ "tangente horizontale"

de même, on lit $f'(2) = 5$ en B 0,75 + 0,5

2) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ sur $\mathbb{R}$

a) $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ et $f'(2) = 3 \times 2^2 - 4 \times 2 + 1 = 5$

Résultats cohérents 0,5 + 0,25

b) $\Delta = 16 - 12 = 4 \quad \sqrt{\Delta} = 2$

$x_1 = \dfrac{4+2}{6} = 1$ et $x_2 = \dfrac{4-2}{6} = \dfrac{1}{3}$ 0,5 + 0,75

x	$-\infty$		$1/3$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$a = 3$

du signe de a à l'extérieur des racines

/4

c) on a donc

x	$-\infty$		$1/3$		1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{23}{27}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

0,75

Ex 4 : 1) (E) : $x^2 - 2mx + m^2 + m - 5 = 0$ $(m \in \mathbb{R})$

$\Delta_m = (2m)^2 - 4 \times 1 \times (m^2 + m - 5)$

$= 4m^2 - 4m^2 - 4m + 20$

1 $= -4m + 20$

m	$-\infty$		5		$+\infty$
Δ_m		$+$	0	$-$	

$\begin{cases} \text{si } m < 5, \ \Delta_m > 0 \text{ et (E) admet 2 solutions} \\ \text{si } m = 5, \ \Delta_5 = 0 \text{ et (E) admet une seule solution} \\ \text{si } m > 5, \ \Delta_m < 0 \text{ et (E) n'admet aucune solution} \end{cases}$

1

2) (-1) est solution de (E)

$\Longleftrightarrow 1 + 2m + m^2 + m - 5 = 0$

$\Longleftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0$ 1 est racine évidente

1 $\Longleftrightarrow (m-1)(m+4) = 0$

$\Longleftrightarrow m = 1$ ou $m = -4$

/3

Devoir n°4 - Dérivation et Equation à paramètre - 1ère spé maths

11 novembre 2021 - 30 min

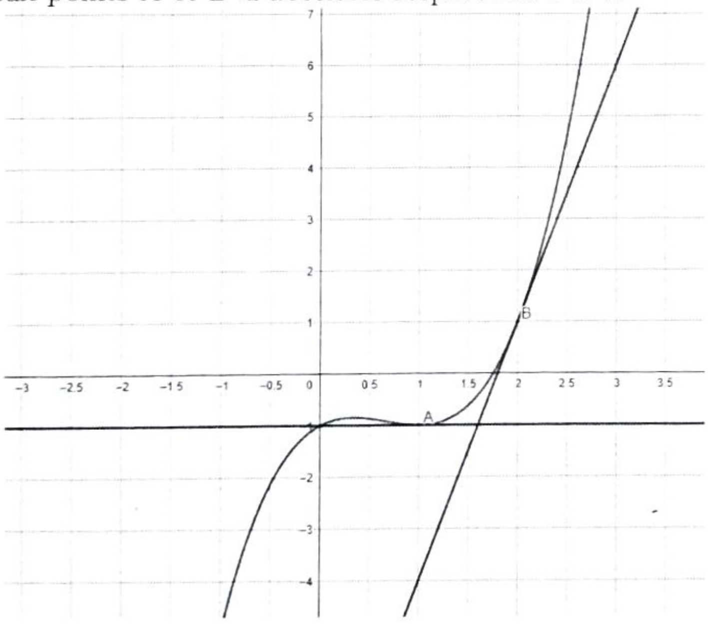
Exercice 1 (2 pts) : Compléter le tableau ($-0,25$ par erreur et aucun point si absence de réponse)

Fonction	$2x$	x^2	x^3	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^3}$	$\sqrt{x}$
Fonction dérivée	2	$2x$	$3x^2$	$-1/x^2$	$-3/x^4$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
Ensemble de dérivation	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^*$	$]0;+\infty[$

Exercice 2 (3 pts) : Déterminer la fonction dérivée sur D de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 3x^3 + 5x^2 - 2x + 1$ sur $D = \mathbb{R}$
2. $g(x) = \dfrac{3x-1}{x^2+2}$ sur $D = \mathbb{R}$
3. $h(x) = 2x\sqrt{x}$ sur $D =]0;+\infty[$

Exercice 3 (4 pts) : On donne ci-dessous la représentation graphique de f et les tangentes à la courbe aux points A et B d'abscisses respectives 1 et 2.



1. Déterminer **graphiquement** $f'(1)$ et $f'(2)$
2. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$
   a) Calculer $f'(x)$ puis $f'(2)$, et contrôler la cohérence du résultat avec la question 1.
   b) Etudier le signe de $3x^2 - 4x + 1$.
   c) Dresser le tableau des variations de f.

Exercice 4 (3 pts) : Soit $m \in \mathbb{R}$.

1. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation

$$x^2 - 2mx + m^2 + m - 5 = 0$$

2. Trouver m pour que -1 soit solution.