Correction du devoir n° 2 – 1ère spé

Ex1 : d'après le graphique $C(1;6)$ est le sommet /13
donc $f(x) = a(x-1)^2+6$ or $f(3)=0$
donc $a\times 2^2+6=0 \iff a = \frac{-6}{4} = -3/2$
ainsi $f(x) = -3/2\,(x-1)^2+6 = \frac{-3}{2}(x^2-2x+1)+6 = \frac{-3}{2}x^2+3x+\frac{9}{2}$

ou $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en $A(-1;0)$ et $B(3;0)$
donc $f(x) = a(x+1)(x-3)$ or $f(1)=6$
donc $a\times 2\times(-2)=6 \iff a=\frac{-6}{4}=\frac{-3}{2}$
ainsi $f(x) = -\frac{3}{2}(x+1)(x-3) = \frac{-3}{2}(x^2-2x-3) = \frac{-3}{2}x^2+3x+\frac{9}{2}$

Ex 2 : 1) $-2x^2-8>2-x$ $\Delta = 1-4\times(-2)\times(-10) = -79$ /15
$\iff -2x^2-x-10>0$ $\Delta<0$
donc $-2x^2-x-10$ est toujours du signe de a
$a=-2$
$a<0$ donc $-2x^2-x-10<0$ pour tout $x\in\mathbb{R}$
alors $S=\emptyset$

2) $\frac{2x^2-3x+5}{x+2}\leq 0$ sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

$N(x) = 2x^2-3x+5$
$\Delta = 9-4\times2\times5=-31$
$\Delta<0$ donc $N(x)>0$
du signe de $a=2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$N(x)$	$+$	‖	$+$
$x+2$	$-$	‖	$+$
$\frac{N(x)}{x+2}$	$-$	‖	$+$

$S =]-\infty;-2[$

Ex 3 : $f(x) = 2x^2-3x-5$ sur $\mathbb{R}$ et $\mathcal{D} : y=-x+7$ /16
1) tracé de $\mathcal{D}$
2) $g(x) = f(x)-(-x+7) = 2x^2-3x-5+x-7 = 2x^2-2x-12$
$\Delta = 4-4\times2\times(-12) = 100$
$\sqrt{\Delta}=10$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{2+10}{4} = 3 \\ x_2 = \frac{2-10}{4} = -2 \end{cases}$$

$g(x)=0$ pour $x=-2$ ou $x=3$

$f(x) = -x+7 \iff g(x) = 0$

on remplace $-(-2)+7 = 9$ et $-3+7 = 4$

$\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{D}$ se coupent en $A(-2\,;9)$ et $B(3\,;4)$ 1

3)

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
		signe de a		de $-a$		signe de a	

$a = 2$
$a > 0$ 1,5

graphiquement, sur $]-\infty;-2]$ et sur $[3;+\infty[$, $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{D}$ donc $f(x) - (-x+7) \geqslant 0$ 1,5

soit $g(x) \geqslant 0$

sur $[-2\,;3]$, $\mathcal{C}_f$ est au-dessous de $\mathcal{D}$ donc $g(x) \leqslant 0$

Ex 4 : $C(q) = 0{,}1q^2 + 10q + 1500$ $\quad q \in [0\,;500]$ **/6**

coûts en €

1) $C(0) = 1500$ donc les coûts fixes sont de 1500 € 0,5

2) $C(500) = 31\,500$
$R(500) = 500 \times 87 = 43\,500$ recette

donc $B(500) = 43\,500 - 31\,500 = 12\,000$

L'entreprise gagnera 12 000 € pour 500 objets produits et vendus. 1

3) $C(q) = 3500$
$\iff 0{,}1q^2 + 10q - 2000 = 0$

$\Delta = 900 \quad \sqrt{\Delta} = 30$

$q_1 = \dfrac{-10+30}{0{,}2} = 100$ 1,5

$q_2 = \dfrac{-10-30}{0{,}2} < 0$ ne convient pas

Les coûts seront de 3 500 € pour 100 objets produits

4) $R(q) = 87q$ recette en €

donc $B(q) = R(q) - C(q) = 87q - (0{,}1q^2 + 10q + 1500)$ 1
$= -0{,}1q^2 + 77q - 1500$ Bénéfice en €

5) $a = -0{,}1$
$a < 0$

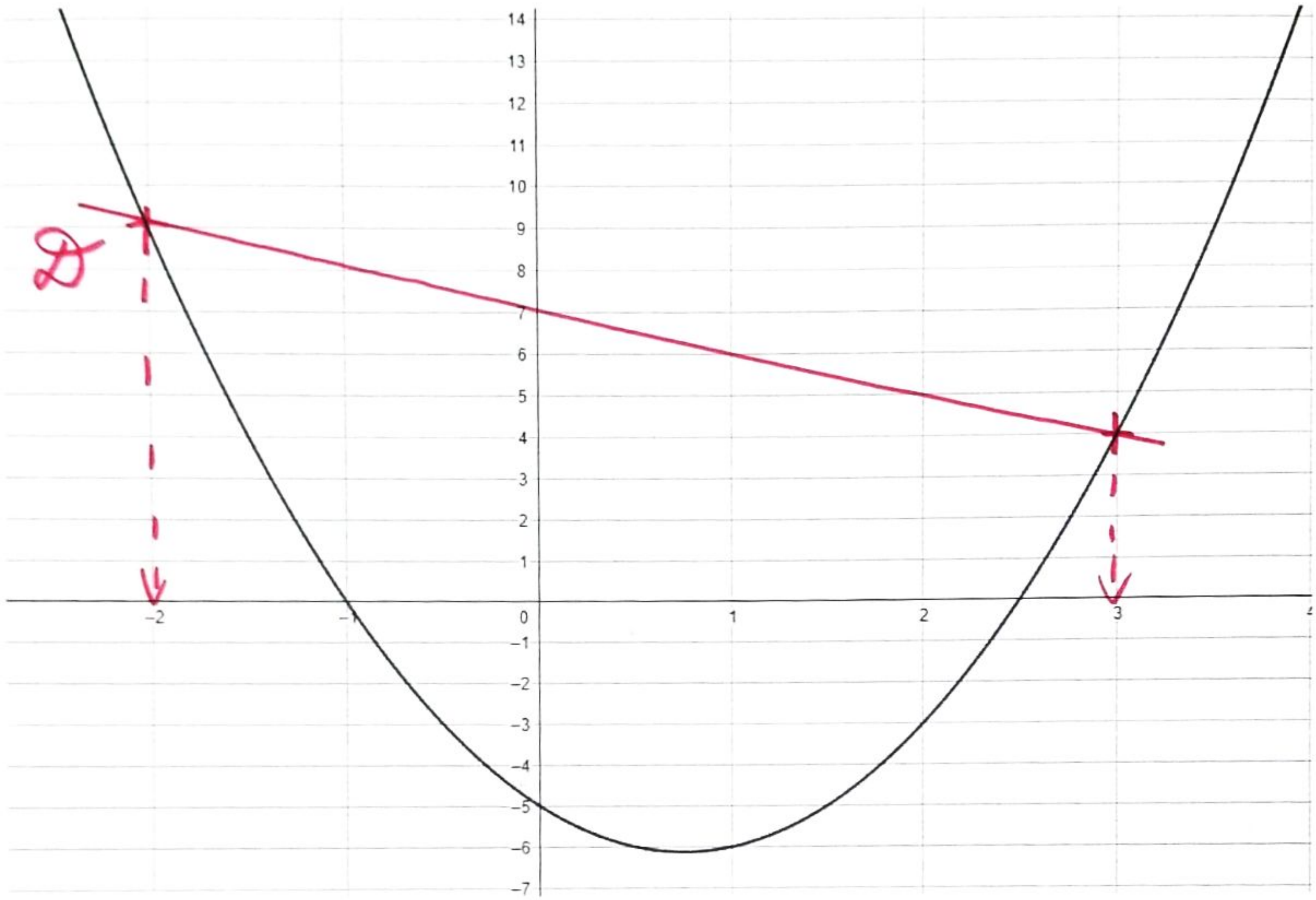
$\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-77}{-0{,}2} = 385$

donc

q	0		385		500
$B(q)$	-1500	$\nearrow$	$13\,322{,}50$	$\searrow$	$12\,000$

2

Le Bénéfice maximal sera de 13 322,50 € pour 385 objets produits et vendus.



Ex5 : Bonus

$3x^4 - 2x^2 - 1 = 0$ sur $\mathbb{R}$

• on pose $\boxed{X = x^2}$ avec $X \in [0;+\infty[$

L'équation devient

$$3X^2 - 2X - 1 = 0$$

$$\Delta = 4 - 3\times 4\times(-1) = 16$$

$$\sqrt{\Delta} = 4$$

$$X_1 = \frac{2+4}{6} = 1 \quad \text{et} \quad X_2 = \frac{2-4}{6} = \frac{-2}{6} = \cancel{-\frac{1}{3}}$$

ne convient pas

• $x^2 = 1 \iff x = 1$ ou $x = -1$

$$S = \{-1 ; 1\}$$